

**ESTUDIO DEL FENÓMENO ASOCIADO A LA CUANTIFICACIÓN
DE LA REMANENCIA EN LOS TRANSFORMADORES**

ALEJANDRO CÁRDENAS ÁNGEL

FABIO ANDRÉS MUÑOZ MUÑOZ

UNIVERSIDAD DEL VALLE

FACULTAD DE INGENIERÍA

ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

SANTIAGO DE CALI

2010

**ESTUDIO DEL FENÓMENO ASOCIADO A LA CUANTIFICACIÓN
DE LA REMANENCIA EN LOS TRANSFORMADORES**

ALEJANDRO CÁRDENAS ÁNGEL

FABIO ANDRÉS MUÑOZ MUÑOZ

**Trabajo de grado presentado como requisito para optar al título
de**

INGENIERO ELECTRICISTA

Directores:

Guillermo Aponte Mayor

Ingeniero Electricista M.Sc.

Óscar Román Tudela Rangel

Ingeniero Electricista M.Sc.

UNIVERSIDAD DEL VALLE

FACULTAD DE INGENIERÍA

ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

SANTIAGO DE CALI

2010

Nota de
aceptación:

Firma del jurado.

Firma del jurado.

Ing. Guillermo Aponte Mayor
M.Sc – Director.

Ing. Óscar Román Tudela Rangel M.Sc - Director.

Santiago de Cali, 03 de Diciembre de 2010.

DEDICATORIA

A mi madre, una altruista.

A la Universidad del Valle, una utopía en Colombia.

A la ciencia, una razón para vivir.

Fmm.

A mis padres, Nancy Ángel y Heiber Cárdenas por el apoyo incondicional que me dieron a lo largo de la carrera.

A La ciencia quien nos permite crear otros modos de ver la vida, construir otros mundos mentales posibles.

A Joanna Zulcaga por permitirme soñar y crecer cada día con su imaginación y enseñarme que no hay límites, que lo que me proponga lo puedo lograr y que sólo depende de mí.

A Sandra Aguado por su incondicional apoyo en la culminación del trabajo.

A la memoria de mi tía Gleiden

Alejandro Cárdenas Ángel.

AGRADECIMIENTOS.

Los autores expresan sus agradecimientos a:

Al ingeniero Oscar Tudela por su asesoría, y dirección en el trabajo de investigación, así como sus recomendaciones para la vida.

Al ingeniero Carlos Castaño por su colaboración en las pruebas de laboratorio y sus aportes.

A la Universidad del Valle por su existencia.

A la Escuela de Eléctrica y Electrónica, por el soporte dado para la realización de este trabajo.

Al laboratorio de Alta tensión GRALTA, por prestarnos sus equipos para la realización de este proyecto.

Al ingeniero Guillermo Aponte por su asesoría, y dirección en el trabajo de investigación.

A nuestros compañeros que por medio de discusiones y preguntas nos hacen crecer en conocimiento.

Y a todas aquellas personas que de una u otra forma, colaboraron o participaron en la realización de de esta investigación, hago extensivo nuestro mas sincero agradecimiento.

CONTENIDO

	pág.
INTRODUCCIÓN	20
1. LA NATURALEZA DE LOS MATERIALES MAGNÉTICOS.....	22
1.1.INTRODUCCIÓN.....	22
1.2.PROPIEDADES MAGNÉTICAS DE LA MATERIA.....	22
1.3.PROPIEDADES DE LOS MATERIALES FERROMAGNÉTICOS.	26
1.3.1. Saturación.....	26
1.3.2. Permeabilidad.	27
1.3.3. Remanencia.....	29
1.3.1. Retentividad.	29
1.3.2. Densidad de flujo residual o inducción residual.	29
1.3.3. Histéresis.	29
1.3.4. Atraso magnético.	30

1.4. PROPIEDADES MECÁNICAS DE LOS MATERIALES FERROMAGNÉTICOS.....	30
1.4.1. Elongación..	31
1.4.2. Límite elástico o esfuerzo de fluencia..	31
1.4.3. Factor de laminación.	32
1.5. MATERIALES MAGNÉTICAMENTE BLANDOS	32
1.5.1. Hierro (acero pobre en carbono).	33
1.5.2. Acero electrotécnico.....	34
1.6. CONCLUSIONES.....	42
1.7. BIBLIOGRAFÍA.....	43
2. ANÁLISIS ELECTROMAGNÉTICO DE LA MAGNETIZACIÓN	45
2.1. INTRODUCCIÓN.....	45
2.2. LA MAGNETIZACIÓN M.	46
2.3. LA INDUCCIÓN MAGNÉTICA B EN UN PUNTO EXTERIOR.....	47
2.4. LA INDUCCIÓN MAGNÉTICA B DE UN PUNTO INTERIOR.....	51
2.5. LA INTENSIDAD DEL CAMPO MAGNÉTICO H.	58

2.6.SUSCEPTIBILIDAD MAGNÉTICA χ_m Y PERMEABILIDAD RELATIVA μ_r	60
2.6.1. La densidad de corriente equivalente $\nabla \times M$ y la densidad de corriente libre J_f	61
2.7.HISTÉRESIS	62
2.7.1. Energía acumulada en un campo magnético.	64
2.7.2. Pérdidas de energía en los núcleos ferromagnéticos debido a la histéresis.	66
2.8.CONDICIONES DE CONTORNO.	70
2.9.CÁLCULO DE CAMPOS MAGNÉTICOS	72
2.9.1. Circuitos magnéticos.....	77
2.10.CONCLUSIONES	84
2.11.BIBLIOGRAFÍA	85
3. MAGNETISMO RESIDUAL.	86
3.1.INTRODUCCIÓN.....	86
3.2.FUERZA COERCITIVA E INDUCCIÓN RESIDUAL.....	86
3.3.EFECTO DE LA TEMPERATURA SOBRE LA INDUCCIÓN RESIDUAL.....	91

3.4.EFECTO DEL ÁNGULO SOBRE LA INDUCCIÓN RESIDUAL.....	92
3.5.EFECTO DEL ENVEJECIMIENTO SOBRE LA INDUCCIÓN RESIDUAL.....	93
3.6.ENTREHIERROS.....	94
3.7.PROCESO DE DESMAGNETIZACIÓN DE ESTRUCTURAS FERROMAGNÉTICAS.....	96
3.7.1. Desmagnetización térmica.....	96
3.7.2. Desmagnetización cíclica.....	97
3.8.OBTENCIÓN DE LA CURVA DE HISTÉRESIS POR MEDIO DE GAUSSÍMETRO F.W, BELL 5170 CON SONDA TRANSVERSAL Y UNA FUENTE DE C.C.....	97
3.8.1. Equipos a Utilizar.	97
3.8.2. Utilización del gaussímetro.	98
3.8.3. Desmagnetización del transformador.....	98
3.8.4. CURVA DE HISTÉRESIS..	99
3.9.CONCLUSIONES.....	106
3.10.BIBLIOGRAFÍA.....	107
4. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS.....	108

4.1. CONCLUSIONES.....	108
4.2. TRABAJOS FUTUROS.	108
ANEXO A. LISTADO DE SÍMBOLOS.....	110
ANEXO B. SISTEMA DE UNIDADES.....	112
ANEXO C. PROCESO DE LAMINACIÓN DEL ACERO ELECTROTÉCNICO.....	113
Acero de grano no orientado o laminado en caliente	113
Acero de grano orientado o laminado en frío	115
ANEXO D. PROCEDIMIENTO PARA LA MEDICIÓN DE LA REMANENCIA EN TRANSFORMADORES CON UN GAUSSÍMETRO DE SONDA TRANSVERSAL.	121
Norma relacionada.....	121
Equipos a utilizar.....	121
Procedimiento.	121
Formato de toma de datos.....	124
Formato para la presentación de informe.	124

LISTA DE FIGURAS

	pág.
Figura 1. Electrón orbital.....	22
Figura 2. Espín del electrón.....	23
Figura 3. Espín Nuclear.. ..	23
Figura 4. Dominios magnéticos.....	25
Figura 5. Dominios en presencia de un campo magnético externo.. ..	25
Figura 6. Dominios cuando se retira el campo externo.....	25
Figura 7. Curva de magnetización.. ..	26
Figura 8. Permeabilidad vs H.....	28
Figura 9. Variación de la permeabilidad con la frecuencia en el 4-79 Molibdeno permalloy para diferentes espesores, en pulgadas.. ..	28
Figura 10. Permeabilidad en función de la temperatura.. ..	29
Figura 11. Ciclo de Histéresis.	30
Figura 12. Obtención del límite elástico al 0.2%.	32

Figura 13. Variación de algunas propiedades del hierro con el contenido de silicio.	36
Figura 14. Algunas propiedades magnéticas de una chapa de acero al silicio laminada en caliente vs el contenido de silicio.	37
Figura 15. Curva de magnetización en DC y permeabilidad de la chapa.	38
Figura 16. Pérdidas en la chapa a diferentes frecuencias y a diferentes densidades de flujo..	39
Figura 17. Ciclo de Histéresis..	39
Figura 18. Electrón orbital.....	45
Figura 19. Cuerpo magnetizado.....	48
Figura 20. Modelo de Ampere para las corrientes equivalentes.....	50
Figura 21. Esfera elemental magnetizada de radio R y volumen τ'' centrada en P , dentro de un cuerpo magnetizado..	52
Figura 22. Espira de corriente de momento magnético m en el centro de una esfera de radio R suficientemente grande para que la aproximación dipolar sea válida en la superficie.....	53
Figura 23. Densidad de corriente equivalente $M \times n$ en la superficie imaginaria S''	55

Figura 24. Líneas de B para un solenoide..	58
Figura 25. Anillo de Rowland para la determinación de B en función de H para una sustancia ferromagnética..	63
Figura 26. Curva de magnetización ab y ciclo de histéresis $bcdefg$	64
Figura 27. Energía acumulada en un circuito magnético cualquiera.....	65
Figura 28. Pérdidas por histéresis.	66
Figura 29. Pérdidas por histéresis.	67
Figura 30. Energía absorbida durante la parte a-c del ciclo.....	68
Figura 31. Energía regresada a la fuente durante la parte del ciclo c-d.....	68
Figura 32. Superficie gaussiana en la separación entre dos medios.....	71
Figura 33. Trayectoria cerrada que atraviesa la separación..	71
Figura 34. Caracterización geométrica de un solenoide finito..	73
Figura 35. Líneas de H (continuas) para un cilindro magnetizado uniformemente. Las líneas M (no indicadas) son paralelas al eje y están dirigidas hacia la izquierda. Las líneas de B se representan a trazos en el interior del imán; en el exterior siguen las líneas de H ..	74
Figura 36. a) Imán. b) Barra electrete c) En cada punto del espacio la inducción magnética B debida al imán es igual a la de un	

solenoides de las mismas dimensiones y recorrido por una densidad de corriente $N'l$ igual a M. El número de vueltas por metro en el solenoide es N' d) de manera análoga, la intensidad del campo eléctrico E debida al electrete es la misma que la producida por dos discos cargados con densidades $\mp P$ y que ocupasen las posiciones de las bases del cilindro.....	76
Figura 37. Toroide ferromagnético con un arrollamiento concentrado.....	77
Figura 38. Electroimán.....	79
Figura 39. Circuito magnético formado por un par de imanes permanentes.....	81
Figura 40. Dependencia de la Fuerza coercitiva y la inducción residual del valor máximo de campo magnético..	87
Figura 41. Relación de inducción residual e inducción máxima vs inducción máxima..	88
Figura 42. Ciclos de Histéresis del acero al silicio de grano orientado y NO orientado.....	90
Figura 43. Ciclos de Histéresis del acero al silicio de grano orientado y acero amorfo.....	90
Figura 44. Variación de algunas propiedades del hierro con la temperatura. El material fue recocido a 800°C..	91
Figura 45. Variación de algunas propiedades del hierro con la temperatura. El material fue recocido a 800°C..	92

Figura 46. Ciclo de histéresis del hierro a temperaturas cercanas al punto de Curie..	92
Figura 47. Inducción residual y remanencia vs ángulo entre el campo aplicado y la dirección de laminación del acero..	93
Figura 48. Disminución de la inducción remanente del acero al cromo.....	94
Figura 49. Circuito ferromagnético con entrehierro de aire.....	95
Figura 50. Curva de magnetización con y sin entrehierro.....	95
Figura 51. Vectores de intensidad de campo.....	96
Figura 52. Desmagnetización cíclica..	97
Figura 53. Instalación del gaussímetro.	98
Figura 54. Primer tramo de la curva de histéresis experimental del transformador.....	100
Figura 55. Segundo tramo de la curva de histéresis experimental del transformador.....	100
Figura 56. Tercer tramo de la curva de histéresis experimental del transformador.....	101
Figura 57. Cuarto tramo de la curva de histéresis experimental del transformador.....	101

Figura 58. Quinto tramo de la curva de histéresis experimental del transformador.....	102
Figura 59. Curva de histéresis en el plano I (A) – B (T) del transformador con entrehierro.....	103
Figura 60. Inductancia durante el primer tramo del ciclo de histéresis.	104
Figura 61. Tiempo de estabilización de corriente.....	105
Figura 62. Proceso de laminado en caliente.	113
Figura 63. Foso de termo fusión.	114
Figura 64. Laminado de forma.	115
Figura 65. Dirección favorable del acero.	116
Figura 66. Núcleos de sección cuadrada.	118
Figura 67. Núcleos de sección festoneada.	118
Figura 68. Núcleos montados al tope.	119
Figura 69. Núcleos montados al solape	119
Figura 70. Corte de 45°.....	119
Figura 71. Entrehierro.	120

Figura 72. Entrehierro en el núcleo del transformador.....	121
Figura 73. Lámina no magnética.....	122
Figura 74. Esquema general de la prueba.....	123
Figura 75. Disposición física de la sonda transversal	123
Figura 76. Disposición física de la sonda tranversal.	123

LISTA DE TABLAS

pág.

Tabla 1. Característica de los materiales magnéticos.....	24
Tabla 2. Composición y propiedades magnéticas del hierro sometido a distintos tratamientos.....	34
Tabla 3. Producción mundial de aceros electrotécnicos en 10^3 Toneladas métricas.....	35
Tabla 4. Grado de aleación del acero.....	35
Tabla 5. Características magnéticas de los materiales.....	37
Tabla 6. Algunas propiedades de las principales aleaciones.....	40
Tabla 7. Algunas propiedades físicas de los grados comerciales de chapas de acero eléctrico.....	41
Tabla 8. Valores de las constantes c_1 y c_2 para distintos materiales.....	88
Tabla 9. Retentividad de varios materiales.....	89
Tabla 10. Desmagnetización cíclica.....	99
Tabla 11. Factores de conversión.....	112

Tabla 12 Factores de relleno en núcleos para transformadores (chapas de 0.35).....	117
Tabla 13. Formato para la toma de datos.	124
Tabla 14. Formato para la presentación de informe.	124

INTRODUCCIÓN

El fenómeno de la remanencia, presente en los núcleos ferromagnéticos de los transformadores es una característica importante en ellos, sin embargo ha sido escasamente estudiado en la actualidad, este trabajo se centra en el estudio del fenómeno y las variables que influyen en este.

Para ello se aborda el tema partiendo de la documentación sobre la naturaleza de los materiales ferromagnéticos los cuales tienen en si características electromagnéticas y físicas que propician su utilización en la construcción de transformadores y a su vez son estos los que le dan las propiedades al núcleo del transformador, y es en ellos donde comienza a escala el fenómeno de la remanencia.

El análisis teórico del problema se analiza, desde el punto de vista electromagnético macroscópico, teniendo en cuenta que este tiene su cuna en el análisis atómico de los materiales, sin embargo el análisis matemático que aquí se presenta sustenta el fenómeno de manera clara y concisa.

Considerando el soporte teórico del problema se obtienen las variables que influyen en la aparición del fenómeno de la remanencia siendo entre otras destacadas la temperatura y el envejecimiento del transformador, condiciones en las que están inmersos cualquiera de estos equipos que estén en funcionamiento constante y sometidos bajo carga y esfuerzos típicos de operación

Para analizar de manera practica el fenómeno y obtener métodos que nos permitan controlarlo es decir magnetizar o desmagnetizar el núcleo ferromagnético se hace necesario poder medir la densidad de flujo presente en el transformador en determinados instantes de tiempo, para de esta manera saber cuando esta magnetizado y cuando no, así como el valor real de esta magnetización.

En este proyecto se plantea un método para medir densidad flujo haciendo uso de los recursos disponibles, obteniendo curvas de histéresis y medidas de flujo para diferentes valores de excitación de las bobinas del transformador, el cual tienen ventajas y falencias que si bien no permitiría su fácil empleo en la práctica de campo convencional, si permite visualizar el fenómeno y obtener resultados, analizables desde los modelos ya ilustrados.

Este trabajo es una puerta al inmenso mundo de la remanencia y el flujo residual, y pretende ser un punto de partida para posibles estudios que permitan conocer

en otros aspectos este fenómeno tan importante y sus diferentes efectos en los transformadores o incluso en las diferentes maquinas eléctricas.

Este trabajo se organizó de la siguiente manera:

Capítulo 1: La naturaleza de los materiales magnéticos.

Capítulo 2: Análisis electromagnético de la magnetización.

Capítulo 3: Magnetismo residual.

Capítulo 4: Conclusiones y trabajos futuros.

1. LA NATURALEZA DE LOS MATERIALES MAGNÉTICOS

1.1. INTRODUCCIÓN.

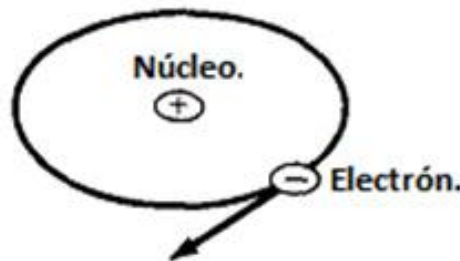
Este Capítulo tiene como objetivo fundamental brindar al lector las bases necesarias en cuanto terminología y conceptos básicos referentes a las características magnéticas de los materiales ferromagnéticos, así como ilustrar las características de los aceros electrotécnicos utilizados en la industria para las diferentes aplicaciones por medio de una breve reseña sobre los materiales magnéticamente blandos y los procesos que derivan su obtención y purificación.

1.2. PROPIEDADES MAGNÉTICAS DE LA MATERIA.

Los átomos de los materiales están compuestos por nubes de electrones los cuales giran en una órbita, un electrón en una órbita es análogo al pequeño lazo de corriente (en el cual la corriente se dirige en dirección opuesta a la dirección de viaje del electrón), y como tal experimenta un par en un campo magnético externo.

El par tiende a alinear el campo magnético que produce el electrón orbital con el campo magnético externo. Si no hubiese otros momentos magnéticos se concluiría que todos los electrones orbitales en un material cambiarían de tal manera que sumarían su campo magnético al campo aplicado, y entonces el campo magnético resultante en cualquier punto del material sería mayor que el que se tendría si el material no estuviese presente.

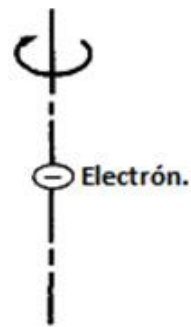
Figura 1. Electrón orbital. [7].



Una segunda contribución al momento, se atribuye al espín del electrón, en un átomo, con muchos electrones presentes, sólo los espines de los electrones

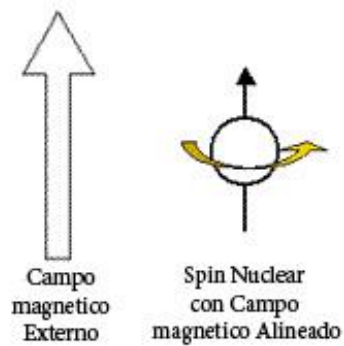
pertenecientes a capas no completamente llenas contribuirán al momento magnético del átomo.

Figura 2. Espín del electrón. [7].



Una tercera contribución al momento del átomo la causa el espín nuclear.

Figura 3. Espín Nuclear. [7].



Cada material contiene una composición atómica distinta y cada átomo contiene aportes diferentes de sus componentes de momento, su combinación determina las características magnéticas del material, clasificándose como se muestra en la tabla 1.

Tabla 1. Característica de los materiales magnéticos. [1].

Clasificación.	Momentos Magnéticos.	Valores de B.
Diamagnético	$m_{orb} + m_{espín} = 0$	$B_{int} < B_{apl}$
Paramagnético	$m_{orb} + m_{espín} = \text{pequeño}$	$B_{int} > B_{apl}$
Ferromagnético	$ m_{espín} \gg m_{orb} $	$B_{int} \gg B_{apl}$
Antiferromagnético	$ m_{espín} \gg m_{orb} $	$B_{int} = B_{apl}$
Ferrimagnético	$ m_{espín} \gg m_{orb} $	$B_{int} > B_{apl}$
Superparamagnético	$ m_{espín} \gg m_{orb} $	$B_{int} > B_{apl}$

El fenómeno del ferromagnetismo se debe a la formación dentro de algunos materiales, por debajo de una temperatura determinada¹, de unas estructuras cristalinas en las cuales, dentro de los límites de las regiones macroscópicas llamadas *dominios magnéticos* (ver figura 4), los espines electrónicos resultan estar orientados paralelamente unos y otros y en la misma dirección. Por lo tanto es característico del estado ferromagnético de la sustancia la existencia de la magnetización espontánea, sin necesidad de aplicarle un campo magnético exterior. Sin embargo, aunque en los materiales ferromagnéticos se forman espontáneamente regiones magnetizadas, las direcciones de los momentos magnéticos son diferentes en los distintos dominios, como se deduce de la ley del mínimo de energía libre del sistema. El flujo magnético de un cuerpo de este tipo en el espacio exterior será nulo. El cálculo teórico de las dimensiones que pueden tener los dominios en algunos materiales da magnitudes del orden 0.001-10mm³, siendo el espesor de las capas límites entre ellos igual a varias decenas de distancias interatómicas. La existencia de los dominios ha podido demostrarse experimentalmente. En los materiales muy puros, las dimensiones de los dominios son mayores. Con la aplicación de un campo magnético externo, aquellos dominios, que tienen momentos en dirección del campo aplicado, aumentan su tamaño a expensas de sus vecinos; el campo magnético interno aumenta en forma considerable por encima del campo magnético externo (ver figura 5). En general, cuando se retira el campo externo **NO** se produce un alineamiento azaroso de los dominios, y un residuo, o remanente de campo bipolar, permanece en la estructura (ver figura 6).

¹ Se denomina **temperatura de Curie** (en ocasiones **punto de Curie**) a la temperatura por encima de la cual un cuerpo ferromagnético pierde su magnetismo, comportándose como un material puramente paramagnético.

Figura 4. Dominios magnéticos. [7].

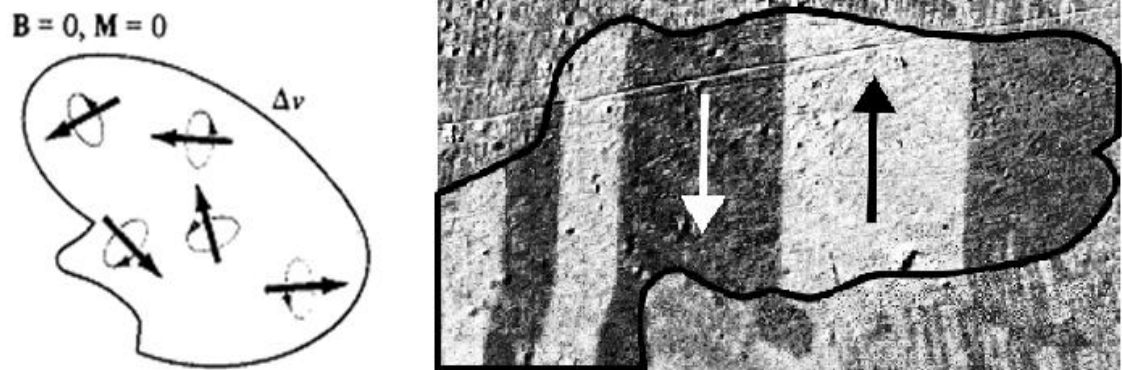


Figura 5. Dominios en presencia de un campo magnético externo. [7].

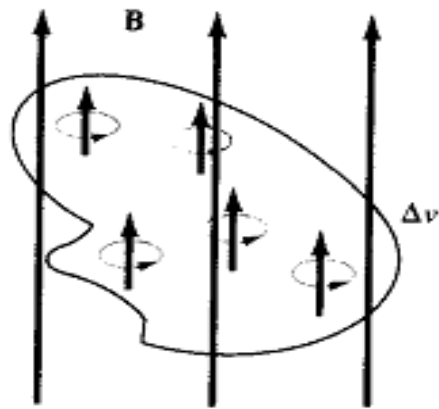
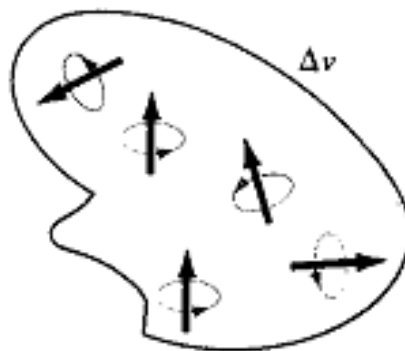


Figura 6. Dominios cuando se retira el campo externo. [7].



1.3. PROPIEDADES DE LOS MATERIALES FERROMAGNÉTICOS.

Ciertos materiales, cuando se colocan en un campo magnético, reaccionan con el campo y lo modifican. Este fenómeno es llamado *magnetización* y los materiales que exhiben esta característica son llamados *materiales magnéticos*.²

Las propiedades de los materiales ferromagnéticos son:

- ✓ Fuerte magnetización en la dirección del campo aplicado.
- ✓ Variación de la densidad de flujo con respecto a la intensidad magnética no lineal con excepción en pequeños rangos
- ✓ Presentan saturación, histéresis y retentividad.

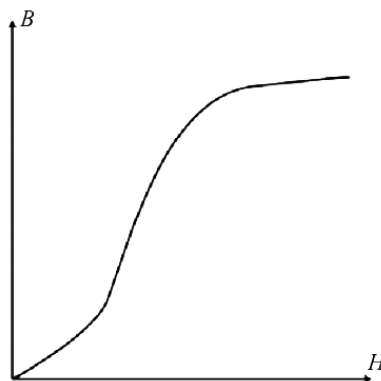
Para los materiales ferromagnéticos la densidad del flujo es igual a:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M} \quad (1)$$

$$B = \mu \vec{H} \quad (2)$$

1.3.1. Saturación. En las curvas de $B - H$ se observa que B varía linealmente con H para valores pequeños de H ; pero conforme H tiende a incrementarse la variación de B gradualmente decrecerá y para valores grandes de H la curva caerá, a tal grado que, aunque H crezca rápidamente, B prácticamente se mantendrá sin incrementarse. Esta característica es conocida como saturación (ver figura 7).

Figura 7. Curva de magnetización. [6].



² Vacío, aire, madera y algunos otros materiales, son llamados NO magnéticos porque no modifican el campo magnético donde están colocados

1.3.2. Permeabilidad. La permeabilidad magnética μ se obtiene de la curva principal de magnetización como razón de la inducción B a la intensidad del campo magnético H en un punto dado de la curva de magnetización (ver figura 8), teniendo en cuenta que en el sistema internacional (SI) la constante magnética equivale a $\mu_0 = 4\pi * 10^{-7} H/m$.

La permeabilidad magnética μ_i cuando $H \approx 0$, se llama *permeabilidad inicial* y se determina con campos muy débiles, del orden de 0.1 A/m. El valor máximo de la permeabilidad magnética se llama *permeabilidad máxima* y se designa por μ_m .

Cuando los campos son intensos en la región de saturación magnética, la permeabilidad μ tiende a la unidad.

Una característica de los materiales ferromagnéticos en campos magnéticos alternos es la *permeabilidad magnética dinámica* μ_Δ , que es la relación entre el valor de la amplitud de la inducción y el valor de la amplitud de la intensidad del campo magnético:

$$\mu_\Delta = \frac{B}{H} \quad (3)$$

Al considerar el efecto de la frecuencia en la permeabilidad, se puede asumir que la permeabilidad real o verdadera es independiente de la frecuencia a la que alterna el campo y la permeabilidad aparente o efectiva disminuye en concordancia con las leyes de maxwell cuando la frecuencia se incrementa (apantallamiento de las corrientes de Foucault). En la figura 9 se presenta la variación de la permeabilidad con la frecuencia en el 4-79 Molibdeno permalloy para diferentes espesores.

La permeabilidad magnética de los materiales ferromagnéticos depende de la temperatura y pasa por un punto máximo a temperaturas próximas al punto de Curie tal como se muestra en la figura 10. El punto de Curie del hierro se encuentra a 768°C; el del níquel, a 358°C y el del cobalto, a 1131°C. A temperaturas superiores al punto de Curie las regiones de magnetización espontánea se alteran por el movimiento térmico y el material deja de ser magnético.

Figura 8. Permeabilidad vs H. [12].

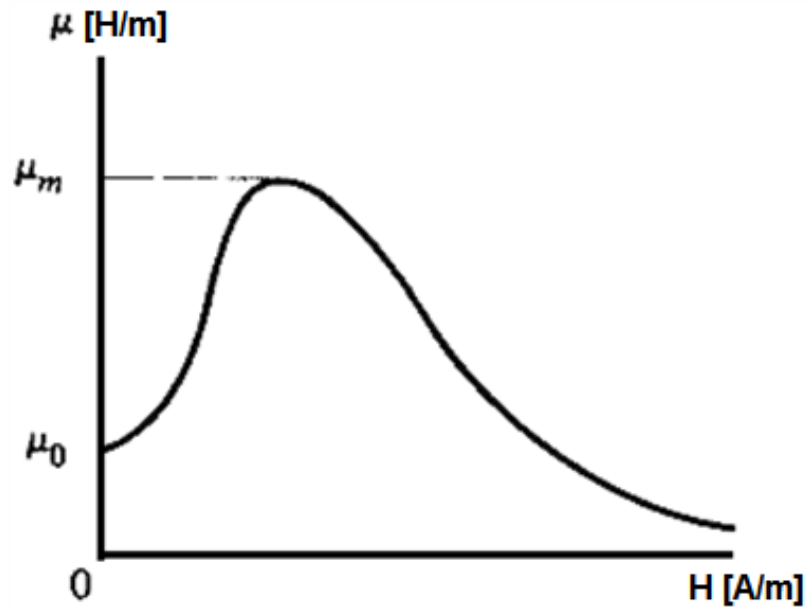


Figura 9. Variación de la permeabilidad con la frecuencia en el 4-79 Molibdeno permalloy para diferentes espesores, en pulgadas. [5].

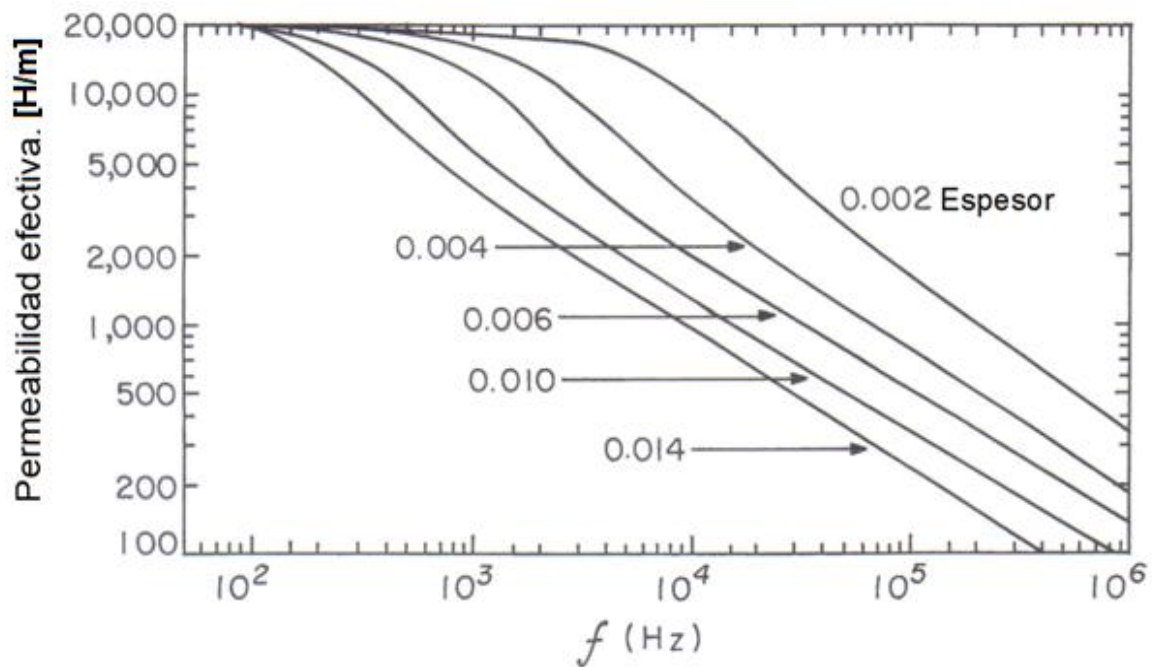
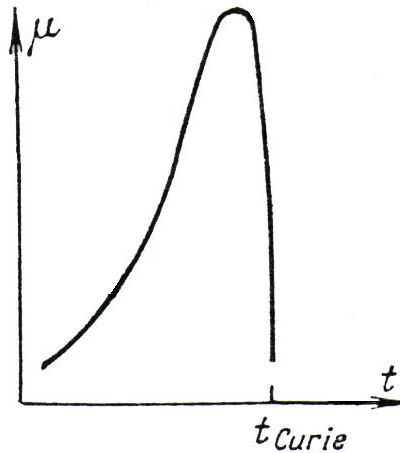


Figura 10. Permeabilidad en función de la temperatura. [11].



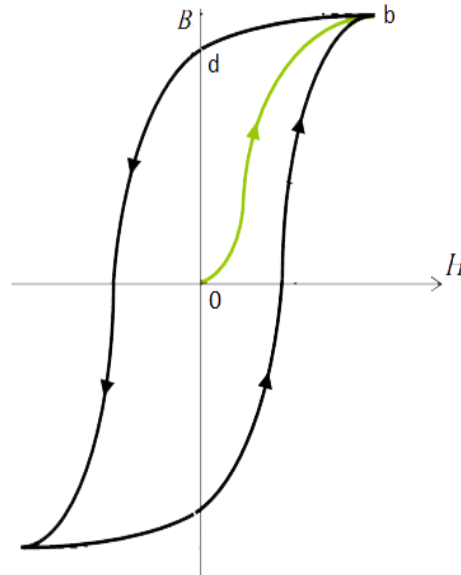
1.3.3. Remanencia. Es la densidad de flujo que permanece en un material magnético después de haber suprimido a la fuerza de magnetización externa.

1.3.1. Retentividad. Es la densidad de flujo que permanece en un material después de haber aplicado y removido una fuerza magnética suficiente para causar la saturación del material. La retentividad puede ser considerada como el valor máximo de la remanencia.

1.3.2. Densidad de flujo residual o inducción residual. En un material magnético, es el valor de la densidad de flujo correspondiente a la intensidad magnética cero, cuando el material es simétrico y cíclicamente magnetizado.

1.3.3. Histéresis. Suponiendo que el material está en un estado neutro; esto es, qué no está magnetizado. La corriente en la bobina es cero y esta condición es representada por el punto 0 en la figura 11. La intensidad magnética H es incrementada. La densidad de flujo B se incrementa a lo largo de la curva O-b. La intensidad magnética es ahora disminuida gradualmente. Al contrario de lo que se puede esperar la densidad de flujo varía a lo largo de una curva diferente bd. Para un valor específico de H , el valor de B es más grande cuando H se disminuye, que cuando se incrementa. Se dice entonces que el flujo se retrasa con respecto a la intensidad magnética. Esta característica de los materiales ferromagnéticos es conocida como histéresis. Observe que en el punto d, aunque H es cero, B no lo es.

Figura 11. Ciclo de Histéresis.



1.3.4. Atraso magnético. En el año de 1885 se observó que, cuando un campo magnético es aplicado a un material magnético, un tiempo apreciable era requerido para que la magnetización alcance su estado final. En muchos casos, se observó que el cambio en B era demasiado largo como para ser explicado por las corrientes de Foucault. A finales de 1910 se hicieron muchas observaciones de tal atraso, o viscosidad magnética, usando métodos magnetométricos. En 1950 los experimentos realizados por Richter y Snoek mostraron que una causa del atraso magnético es la presencia de ciertas impurezas en el acero. El atraso magnético depende fuertemente de la temperatura y puede observarse directamente en el tiempo de atraso en la magnetización con campos débiles.

1.4. PROPIEDADES MECÁNICAS DE LOS MATERIALES FERROMAGNÉTICOS.

En general las máquinas y dispositivos que utilizan materiales ferromagnéticos están sujetos a fuerzas o cargas mecánicas durante su operación. En tales condiciones es necesario conocer las características del material ferromagnético del que están hechas para así diseñar la máquina o dispositivo de tal forma que los esfuerzos a los que vaya a estar sometida no sean excesivos y el material no se fracture o se afecte estructuralmente. Las siguientes características son, para los fabricantes de aceros, las más importantes.

1.4.1. Elongación. Cuando se aplica a una chapa una fuerza de tensión uniaxial, se produce una elongación de la chapa en dirección de la fuerza. Tal desplazamiento se llama deformación. Por definición, la deformación originada por la acción de una fuerza de tensión uniaxial sobre una muestra metálica, es el cociente entre el cambio de longitud de la muestra en la dirección de la fuerza y la longitud original.

$$\xi = \frac{l - l_o}{l_o} = \frac{\Delta l}{l_o} \left[\frac{m}{m} \right]$$

Donde: l es la longitud después de la acción de la fuerza y l_o es la longitud inicial de la pieza.

Normalmente la deformación se determina mediante el uso de una pequeña longitud, normalmente de 2 pulgadas, que se denomina longitud de calibración, dentro de una muestra más larga, por ejemplo de 8 pulgadas.

Como puede deducirse de la formula, la deformación es una magnitud adimensional. En los catálogos de chapas electrotécnicas, es común convertir la deformación en un porcentaje de deformación o porcentaje de elongación.

$$\%deformación = deformación \times 100\% = \%elongación$$

1.4.2. Límite elástico o esfuerzo de fluencia. Es la tensión a la cual un material muestra deformación plástica significativa. Debido a que no hay un punto definido en la curva de tensión–deformación donde acabe la deformación elástica y se presente la deformación plástica se elige el límite elástico cuando tienen lugar un 0.2% de deformación plástica, como se indica en la figura 12.

El límite elástico al 0.2% también se denomina esfuerzo de fluencia convencional a 0.2%.

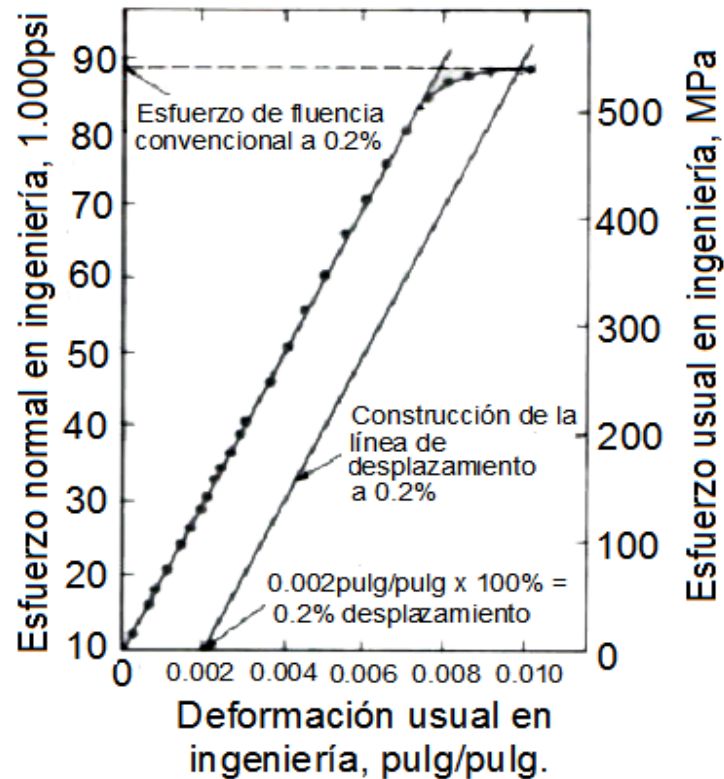
Para determinarlo inicialmente se dibuja una línea paralela a la parte elástica (lineal) de la grafica tensión – deformación a una deformación del 0.002 (m/m o pulg/pulg).

En el punto donde la línea intercepta con la parte superior de la curva tensión – deformación, se dibuja una línea horizontal hasta el eje de tensión.

El esfuerzo de fluencia convencional a un 0.2% es la tensión a la que la línea horizontal intercepta con el eje de tensión.

Debe aclararse que el 0.2% se elige arbitrariamente y podría haberse elegido otra cantidad pequeña de deformación permanente.

Figura 12. Obtención del límite elástico al 0.2%.



1.4.3. Factor de laminación. El factor de laminación indica la cantidad de volumen de acero que contiene la lámina después de restarle el volumen correspondiente a la presencia de óxidos, rugosidad, revestimientos aislantes, y otras condiciones que afectan la superficie de la lámina.

1.5. MATERIALES MAGNÉTICAMENTE BLANDOS

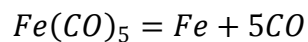
Los materiales magnéticamente blandos tienen alta permeabilidad magnética, pequeña fuerza coercitiva, $H_c \leq 10^3$ A/m, y pocas pérdidas por histéresis y se emplean como núcleos de transformadores, electroimanes, en aparatos de medida y en otra serie de casos en que con el menor gasto de energía es necesario conseguir la mayor inducción posible. Para disminuir las pérdidas en corrientes de Foucault en los transformadores, se emplean materiales magnéticamente blandos con resistividad elevada, utilizando generalmente circuitos magnéticos formados por chapas delgadas aisladas entre sí.

1.5.1. Hierro (acero pobre en carbono). El hierro técnicamente puro contiene por lo general una pequeña cantidad de impurezas de carbono, azufre, manganeso, silicio y otros elementos que empeoran sus propiedades magnéticas. En virtud de su resistividad relativamente baja, el hierro técnicamente puro se utiliza raras veces y, principalmente, para circuitos magnéticos de flujo continuo. Por lo general, el hierro técnicamente puro se fabrica refinando el arrabio en hornos Martin o en convertidores y su contenido total de impurezas es de hasta el 0.08-0.1%. En algunos países este material se conoce con el nombre de “hierro armco”.

El acero electrotécnico en chapas, pobre en carbono, es una de la variedades del hierro técnicamente puro que se suministra en forma de chapas de 0.2 a 4mm de espesor y que contiene no más del 0.04% de carbono y del 0.6% de otras impurezas. El valor máximo de la permeabilidad magnética para las diversas marcas no es inferior a 3500-4500[H/m] y la fuerza coercitiva no es mayor respectivamente que 100-65[A/m].

El hierro puro, cuyo contenido de impurezas es muy pequeño (inferior al 0.05%), puede obtenerse por dos procedimientos complicados, como resultado de los cuales se obtiene:

- 1) El hierro electrolítico, que se consigue por electrólisis de una solución de sulfato o cloruro ferroso, siendo el ánodo de hierro puro el cátodo, una lámina de acero blando. El hierro que se deposita en el cátodo (formando una capa de 4-6 mm de espesor) se lava bien, se separa y se pulveriza en molinos de bolas, después de lo cual se somete a recocido o fusión secundaria en el vacío.
- 2) El hierro de carbonilo, que se obtiene por descomposición térmica del pentacarbonilo de hierro de acuerdo con la relación



El pentacarbonilo de hierro es un líquido que resulta de la acción del óxido de carbono sobre el hierro a una temperatura de cerca de 200°C y a la presión de 15MPa aproximadamente. El hierro de carbonilo tiene la forma de polvo fino, muy a propósito para hacer por compresión núcleos magnéticos de alta frecuencia.

En la tabla 2 se dan las propiedades magnéticas de diversos tipos de hierro puro con indicación del contenido de impurezas. Las propiedades del hierro no sólo dependen de su contenido de impurezas, sino también de la estructura del material, del tamaño del grano y de los esfuerzos mecánicos. En la tabla 2 se ve que las propiedades magnéticas, incluso de las mejores variedades industriales de

hierro, están todavía muy lejos de los resultados que pueden conseguirse utilizando los métodos tecnológicos modernos de obtención de cristales puros y de estructura homogénea.

Tabla 2. Composición y propiedades magnéticas del hierro sometido a distintos tratamientos. [11].

Material	Contenido de impurezas		Permeabilidad		Fuerza coercitiva A/m
	Carbono %	Oxígeno %	Inicial μ_i	Máxima μ_m	
Hierro técnicamente puro.	0.02	0.06	250	7000	64
Hierro electrolítico	0.02	0.01	600	15000	28
Hierro de carbonilo	0.005	0.005	3300	21000	6,4
Hierro electrolítico refundido en el vacío.	0.01	---	---	61000	7,2
Hierro tratado en hidrógeno	0.005	0.003	6000	200000	3.2
Hierro tratado en hidrógeno con cuidado especial.	---	---	20000	340000	2.4
Monocristal de hierro purísimo recocido en hidrógeno.	---	---	---	143000 0	0.8

1.5.2. Acero electrotécnico. El acero electrotécnico en chapas es de gran importancia en la industria eléctrica, la cual consume cientos de miles de toneladas anualmente – alrededor de 400000 toneladas en Estados Unidos sólo en 1946 (ver tabla 3). Fue estimado en los años cincuenta que alrededor del 0.4% de la potencia eléctrica total usada en los Estados Unidos es disipada en los núcleos de los transformadores, y el valor de estas pérdidas es del orden de los 100 millones de dólares anualmente [4]. Con la introducción de silicio en la composición de este acero se consigue elevar su resistividad y, por lo tanto, disminuir las pérdidas en corrientes parásitas (ver figura 13). La presencia del silicio en el acero favorece además la precipitación del carbono en forma de grafito y la casi absoluta desoxidación del acero. Esto proporciona un aumento de μ_i y una disminución de H_c y de las pérdidas por histéresis tal como se muestra en la

figura 14. Pero al mismo tiempo el silicio influye negativamente en las propiedades mecánicas del hierro, aumentado su fragilidad y dificultando su laminación y estampado. Cuando el contenido de silicio es de hasta el 4%, el acero posee aún propiedades mecánicas suficientemente buenas, pero si dicho contenido es superior al 5%, se hace muy frágil. Por medio de una combinación de laminados en caliente y en frío y de un tratamiento térmico especial, puede obtenerse acero con estructura de grano grueso y cristales orientados de tal modo, que su eje de magnetización fácilmente coincida con la dirección del laminado. Las características magnéticas de este acero en dicha dirección son mucho más elevadas que las del acero no sometido al tratamiento antedicho.

Tabla 3. Producción mundial de aceros electrotécnicos en 10^3 Toneladas métricas. [10].

	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Austria	262	276	299	304	316	223
Francia	241	249	266	270	274	206
Alemania	629	627	633	664	635	355
Reino Unido	183	144	139	127	90	---
Unión Europea	2014	1970	2004	2037	1948	892
Estados Unidos	403	425	481	457	481	326
Norte América	403	425	481	457	481	326
Brasil	172	174	190	191	213	144
Sur América	172	174	190	191	213	144
China	1612	2607	3366	4187	4211	4512
India	127	154	160	166	161	167
Japón	2177	2095	1862	1924	1902	1410
Corea del Sur	701	748	667	910	940	849
Taiwán	616	603	527	533	620	431
Asia	5233	6207	6581	7720	7833	7370
Mundo	7839	8786	9257	10404	10475	8731

Tabla 4. Grado de aleación del acero. [11].

Grado de aleación del acero con silicio.	Contenido de Si. %	Densidad. kg/m³
Bajo	0,8 – 1,8	7800

Continuación tabla 4.

Medio	1,8 – 2,8	7750
Elevado	2,8 – 3,8 *	7650
Alto	3,8 – 4,8	7550

*En el acero laminado en frío 2,8 – 3,5%.

El acero de alta aleación se emplea principalmente para hacer núcleos de transformadores. El acero de grano orientado es anisotrópico y se utiliza para los núcleos de transformadores que se hacen por “enrollamiento” y apilamiento. El empleo de este acero en los transformadores de potencia permite disminuir la masa y las dimensiones exteriores en un 20 – 25%, y en los transformadores para aparatos de radio, hasta en un 40% [11].

Figura 13. Variación de algunas propiedades del hierro con el contenido de silicio. [4].

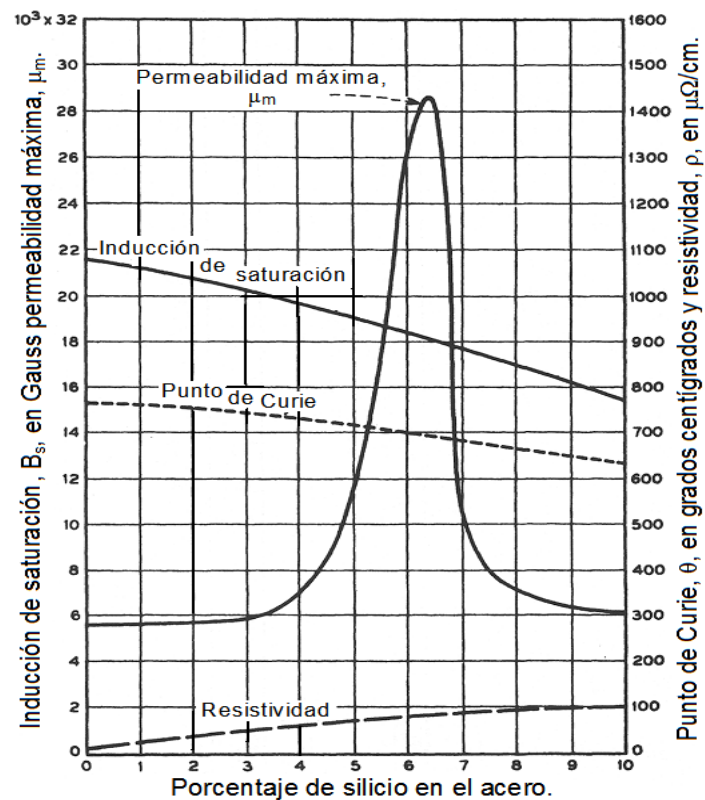
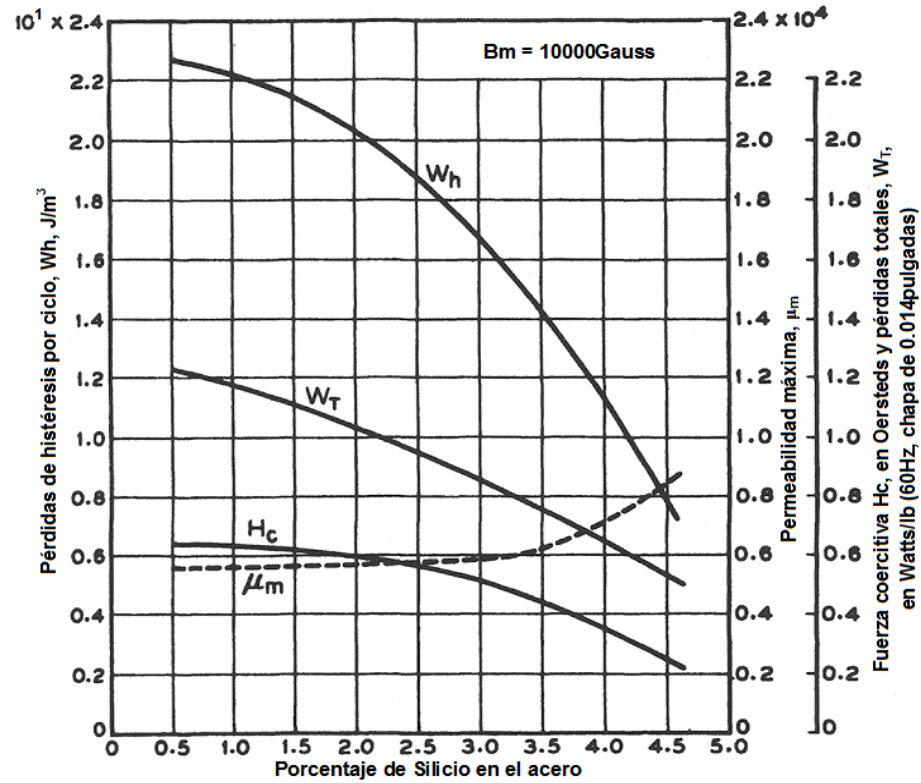


Figura 14. Algunas propiedades magnéticas de una chapa de acero al silicio laminada en caliente vs el contenido de silicio. [4].



La tabla 5 muestra algunas de las principales características magnéticas que se encuentran consignados en los catálogos suministrados por fabricantes de aceros.

Tabla 5. Características magnéticas de los materiales.

FABRICANTE	MATERIAL	ESPE SOR (mm)	PERDIDA MAGNETICA MAXIMA (W/KG)				INDUCCION MAGNETICA MINIMA (T)			DE NS. Kg/ dm 3	FAC TOR DE LAM IN. %
			1,5 T		1,7 T		B 80 0	B 250 0	B 100 00		
			50 HZ	60 HZ	50 HZ	60 HZ					
SINTECROM	ACERO AL SILICIO GRANO ORIENTADO / RECUBRIMIENTO C5	0,27	0,8 5	1,1 2	1,2 4	1,6 3	1,7 5	1,8 7	1,97	7,6 5	94,5 0
SINTECROM	ACERO AL SILICIO GRANO NO ORIENTADO / RECUBRIMIENTO C5	0,5	2,3 0	2,9 1	5,4 0	6,8 4	1,5 4	1,6 4	1,75	7,7 0	97,0 0
NIPON STEEL	ORIENTCORE HI - B 23ZH90 ORIENTADO	0,23	0,6 3	0,8 2	0,8 7	1,1 2	1,8 8	----- ---	----- --	7,6 5	94,5 0

Continuación tabla 5.

NIPON STEEL	ORIENTCORE HI - B 23ZH95 ORIENTADO	0,23	----	----	0,9 5	1,2 5	1,8 8	-----	-----	7,6 5	94,5 0
NIPON STEEL	ORIENTCORE HI - B 23ZH100 ORIENTADO	0,23	----	----	1,0 0	1,3 2	1,8 8	-----	-----	7,6 5	94,5 0
NIPON STEEL	ORIENTCORE HI - B 23ZH110 ORIENTADO	0,23	----	----	1,1 0	1,4 5	1,8 8	-----	-----	7,6 5	94,5 0
NIPON STEEL	ORIENTCORE HI - B LS 27ZDKH90 ORIENTADO	0,27	0,6 3	0,8 4	0,8 4	1,1 0	1,9 2	1,9 5	-----	7,6 5	0,95
NIPON STEEL	ORIENTCORE HI - B LS 27ZDKH95 ORIENTADO	0,27	0,6 6	0,8 8	0,8 9	1,1 6	1,9 2	1,9 6	-----	7,6 5	0,95

Algunos fabricantes presentan las propiedades de sus láminas o chapas de manera gráfica, por ejemplo en la figura 15, 16 y 17 la empresa Nippon Steel nos muestra algunas de las propiedades magnéticas de la chapa de acero al silicio de grano orientado 23ZH90 de 0.23mm de espesor.

Figura 15. Curva de magnetización en DC y permeabilidad de la chapa. [3].

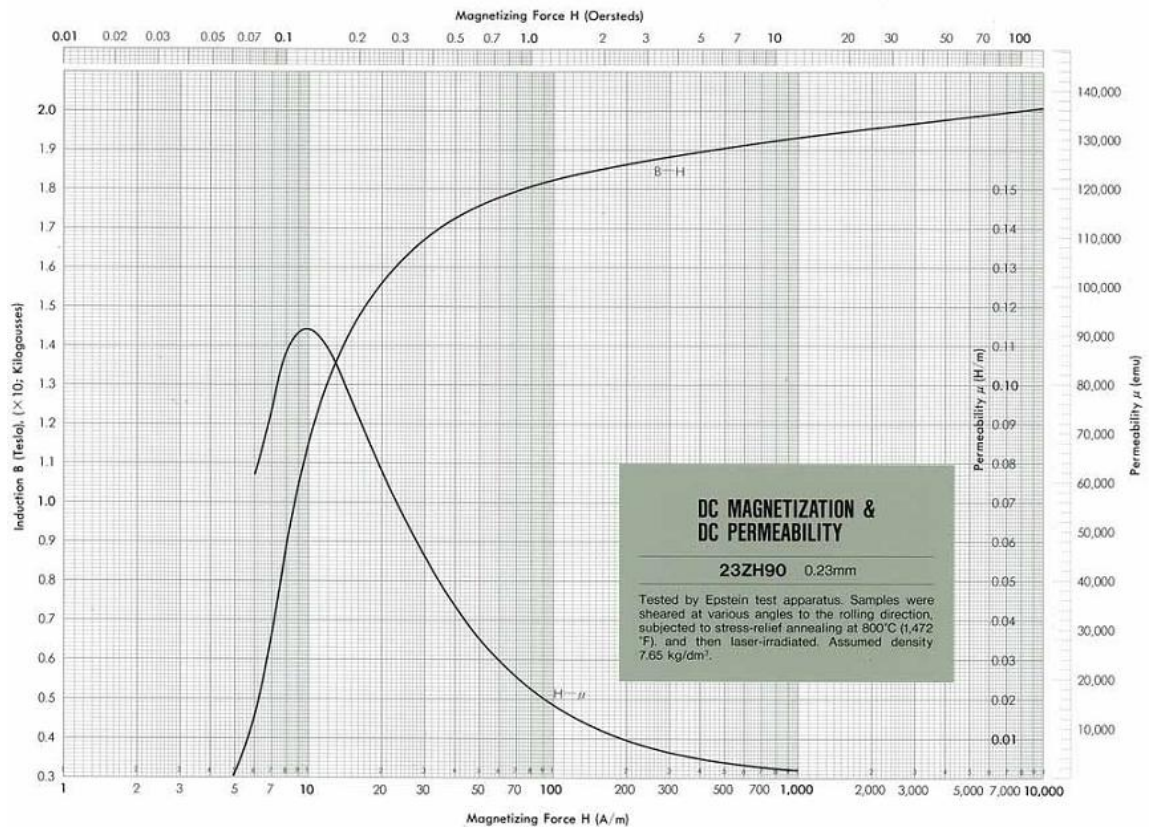


Figura 16. Pérdidas en la chapa a diferentes frecuencias y a diferentes densidades de flujo. [3].

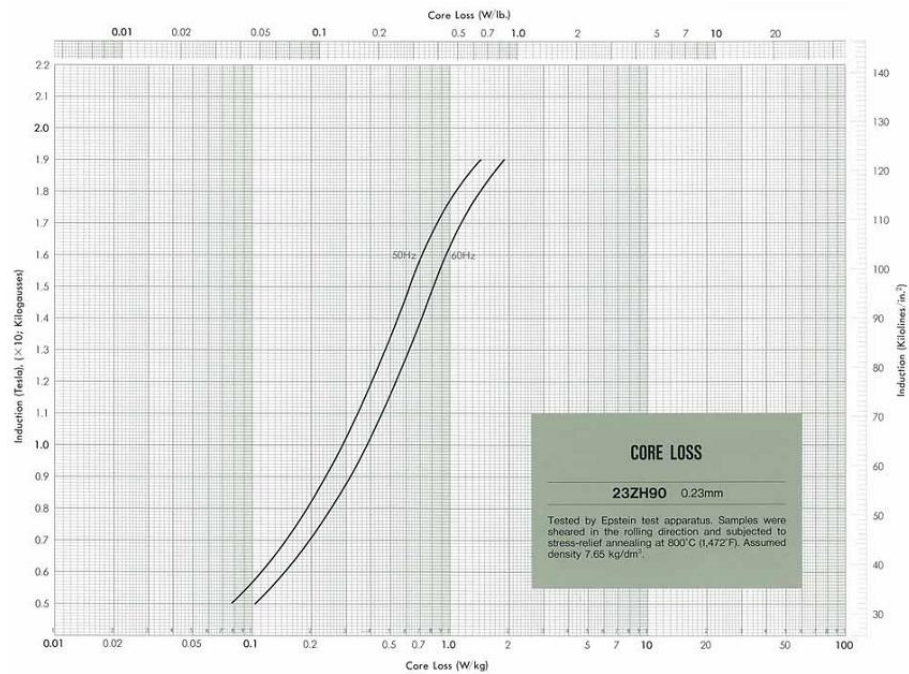


Figura 17. Ciclo de Histéresis. [3].

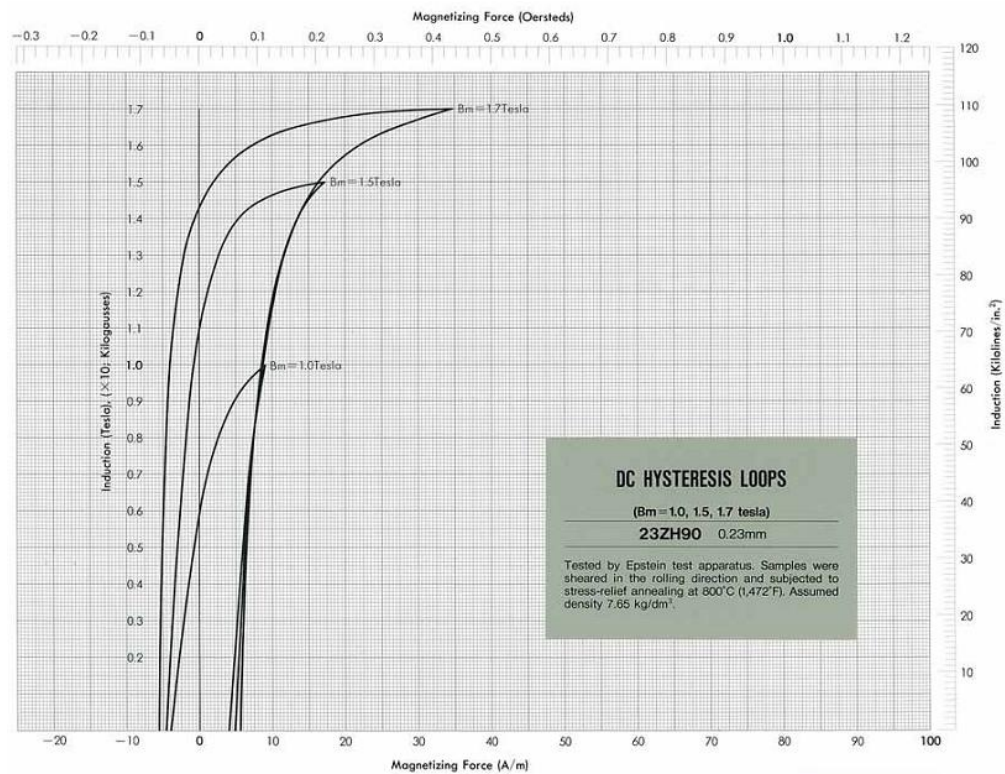


Tabla 6. Algunas propiedades de las principales aleaciones. [4].

Nombre	Composición Porcentual	Tratamiento térmico (°C)	Permeabilidad máxima μ_m	Fuerza coercitiva H_c (Oersteds)	Inducción de saturación B_s (Gauss)	Punto de Curie θ (°C)
Acero al silicio laminado en caliente	4 Si, 96 Fe	800	7000	0.5	19700	690
Acero al silicio de grano orientado	3 Si, 97 Fe	1200	40000	0.15	20000	700
Sendust	9 Si, 85 Fe, 5 Al	Hierro fundido	120000	0.05	10000	500
45 Permalloy	45 Ni, 55 Fe	1200	50000	0.07	16000	440
4-79 Mo Permalloy	79 Ni, 17 Fe, 4 Mo	1100	100000	0.05	8700	420
Mumetal	75 Ni, 18 Fe, 2 Cr, 5 Cu.	1175	100000	0.05	6500	430
Supermalloy	79 Ni, 16 Fe, 5 Mo	1300	1000000	0.002	8000	400
Permendur	50 Co, 50 Fe	800	5000	2.0	24500	980

Tabla 7. Algunas propiedades físicas de los grados comerciales de chapas de acero eléctrico. [4].

Contenido de Silicio %.	Grado comercial	Permeabilidad máxima.	Fuerza Coercitiva ** (Oersted)	Pérdidas totales. W/lb para 60 Hz *		Límite elástico (lb/pulgada ²)	Elongación %
				B _m = 10000G	B _m = 15000G		
0.5	Armatura	5500	0.9	1.30	4.30	44000	25
1.25	Eléctrico	6100	0.85	1.17	3.60	50000	22
2.75	Motor	5800	0.75	1.01	2.65	68000	14
3.25	Dinamo	5800	0.65	0.82	2.15	70000	12
3.75	Transformador	7000	0.5	0.72	1.00	80000	8
4.25	Transformador	9000	0.3	0.52	1.4	67000	4
3	Grano Orientado***	20000	0.2	0.45	1	59000	--
3	Grano Orientado***	40000	0.15	0.3	0.7	59000	--

*Para una chapa de 0.014pulgadas de espesor.

** Para B_m=10000G

***Propiedades medidas paralelas al grano.

1.6. CONCLUSIONES

- El ferromagnetismo se debe a la magnetización espontánea de unas regiones denominadas dominios magnéticos.
- Los materiales magnéticamente blandos se utilizan en aplicaciones en las cuales es necesario conseguir la mayor inducción posible con el menor gasto de energía.
- La presencia del silicio en el hierro electrotécnico produce un aumento en la resistividad, una disminución en la inducción de saturación, una disminución del campo coercitivo, un aumento de la permeabilidad máxima (hasta el 6%Si), una disminución en las pérdidas por histéresis, un aumento en el límite elástico y una disminución en la elongación.
- En la actualidad el mayor productor de aceros electrotécnicos es China con aproximadamente el 50% de la producción global.
- Las propiedades ferromagnéticas reales o relativas de un determinado material dependen en gran medida de factores como la frecuencia, temperatura, el contenido de impurezas, el tratamiento térmico, el tratamiento mecánico, entre otros.

1.7. BIBLIOGRAFÍA

- [1]. HAYT. WILLIAM. Engineering Electromagnetics. 6 ed. San Francisco: Mc Graw Hill, 2002. 597 p.
- [2]. ASTM. Standard terminology of symbols and definitions relating to magnetic Testing. ASTM, 1968. 16 p.
- [3]. NIPPON STEEL CORPORATION, Grain Oriented electrical steel sheets. 2 ed. New York: Nippon Steel, 2004. 258 p.
- [4]. BOZORTH, Richard. Ferromagnetism. 2 ed. Wiley, 1993. 992 p.
- [5]. O'HANDLEY, Robert. Modern Magnetic Materials, Principles and applications. John Wiley & Sons, 2000.
- [6]. MATVEEV A.N. Electricidad y Magnetismo. Moscú: Editorial MIR, 1988.
- [7]. SADUKI Matthew. Elements of Electromagnetics. Oxford University Press, 2001.
- [8]. GOURISHANKAR, Vembo. Conversión de energía electromecánica. México: Editorial Limusa, 1979.
- [9]. CORRALES MARTÍN, Juan. Cálculo industrial de máquinas eléctricas I. 1 ed. Barcelona: Marcombo, 1982.
- [10]. WORLD STEEL ASSOCIATION. Steel Statistical Yearbook 2010. 2010.

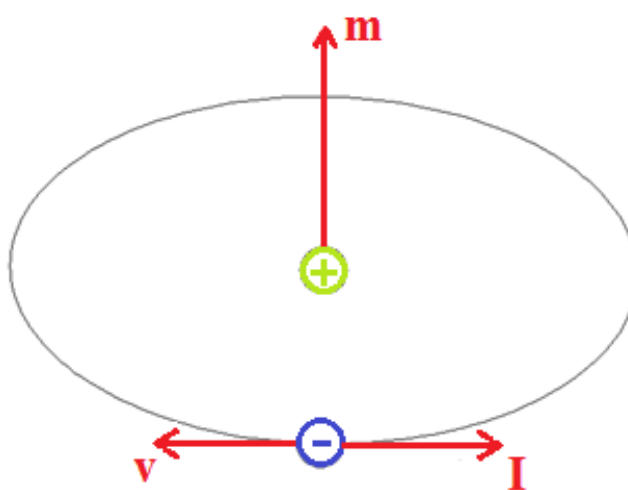
- [11]. BOGORÓDITSKI N. P. Materiales Electrotécnicos. Moscú: Editorial MIR, 1979.
- [12]. CULLITY, B. D. y GRAHAM, C. D. Introduction to magnetic materials. 2 ed. Wiley, 2009. 550 p.
- [13]. MILLAN GÓMEZ, SIMON, Procedimientos de mecanizado. Ed., Paraninfo, Madrid, 2006.
- [14]. LANGE, KURT, Hanbook of metal foming. Ed., McGraw Hill, Unite States of America, 1976.
- [15]. ENRIQUE RAS, Transformadores, edición 7 ed. Barcelona: Marcombo S.A., 1994. 594p.

2. ANÁLISIS ELECTROMAGNÉTICO DE LA MAGNETIZACIÓN

2.1. INTRODUCCIÓN

En una escala atómica, toda la materia está formada por electrones que se mueven alrededor del núcleo, por lo que también producirán un campo magnético.

Figura 18. Electrón orbital.



Los materiales magnéticos son análogos a los dieléctricos en los que las cargas individuales, o sistemas de cargas, pueden tener momentos magnéticos, y estos momentos, si se orientan de forma adecuada, producen un momento magnético resultante en un cuerpo macroscópico. El material se dice entonces que está **magnetizado**.

En la mayoría de los átomos de los diferentes elementos se anulan los momentos magnéticos debidos a los movimientos orbitales y de espín de los electrones. En caso contrario, el material se dice que es *paramagnético*. Los elementos de transición, como el manganeso, son ejemplos de sustancias paramagnéticas. Si estas sustancias se colocan en un campo magnético, sus átomos están sometidos a un par que trata de alinear los momentos magnéticos en la dirección del campo, pero la agitación térmica se opone a esta orientación.

En los materiales *diamagnéticos*, los momentos elementales no son permanentes, sino inducidos, según la ley de inducción de Faraday. Todos los materiales son diamagnéticos, pero la magnetización por orientación puede dominar.

Gran número de dispositivos magnéticos utilizan materiales *ferromagnéticos*, como el hierro, en los que la magnetización puede ser de algunos órdenes de magnitud mayor que la de las sustancias paramagnéticas o diamagnéticas. Esta notable magnetización se atribuye al espín electrónico y está asociado con un grupo de fenómenos en los que todos los momentos elementales de una pequeña región, que se conoce como un *dominio*, están perfectamente alineados. La magnetización de un dominio puede estar orientada al azar con respecto a la del dominio próximo. Las magnetizaciones tan elevadas que son características de los materiales ferromagnéticos son el resultado de la orientación colectiva de dominios completos.

Aunque el comportamiento de los materiales magnéticos parece a primera vista análogo al de los materiales dieléctricos, existe una diferencia importante. Mientras los dieléctricos en su mayoría son lineales, los materiales ferromagnéticos no sólo son altamente no lineales, sino que, además, su comportamiento también depende también de su historia magnética previa. El cálculo de los campos asociados con materiales magnéticos es, por tanto, empírico en gran parte.

2.2. LA MAGNETIZACIÓN $\vec{M}$.

Toda la materia consiste fundamentalmente en átomos, y cada átomo contiene electrones en movimiento. Estos circuitos electrónicos, cada uno de los cuales está confinado a un solo átomo, son los que llamaremos *corrientes atómicas*. Por tanto, podemos afirmar que tenemos dos clases de corriente: (1) una corriente de conducción, que consiste en transporte de carga, esto es, el movimiento de electrones libres o de iones cargados, y (2) corrientes atómicas, que son corrientes puras que circulan sin dar origen a transporte de carga. Sin embargo, ambas corrientes producen campo magnético.

Las corrientes atómicas, serán el movimiento de cargas ligadas (electrones orbitales, espín del electrón y espín nuclear), y el campo, el cual tiene las dimensiones de $\vec{H}$, será llamado de magnetización $\vec{M}$. La corriente atómica también es denominada como *corriente ligada o corriente amperiana*.

Se comenzará definiendo la magnetización $\vec{M}$ en términos del momento dipolar magnético $\vec{m}$. La corriente atómica I_b circula a lo largo de una trayectoria que encierra una diferencial de área $d\vec{S}$, estableciendo el momento dipolar

$$\vec{m} = I_b * d\vec{S} [A * m^2] \quad (4)$$

Si hay N dipolos magnéticos por unidad de volumen y se considera un volumen $\Delta\tau$, entonces el momento dipolar magnético total se encuentra por la suma vectorial.

$$\vec{m}_{total} = \sum_{i=1}^{N\Delta\tau} \vec{m}_i \quad (5)$$

Cada uno de los $\vec{m}_i$ puede ser diferente. Se define la *magnetización* $\vec{M}$ como el *momento dipolar magnético por unidad de volumen*.

$$\vec{M} = \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta\tau} \sum_{i=1}^{N\Delta\tau} \vec{m}_i \quad (6)$$

Por lo tanto,

$$\vec{M} = N\vec{m} \quad (7)$$

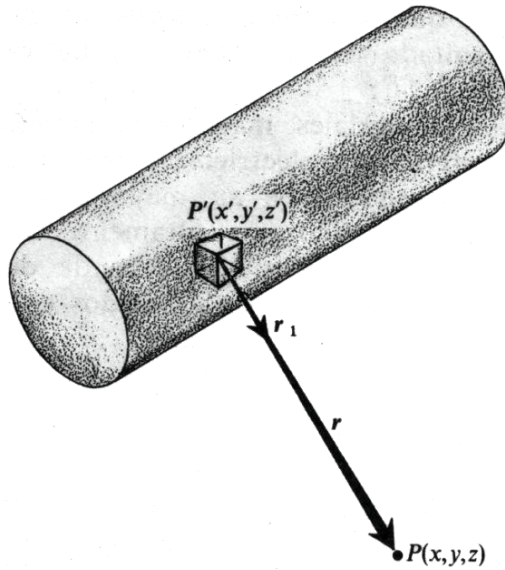
si los momentos dipolares individuales contenidos en el elemento de volumen considerado $d\tau$ están todos ellos alineados. En caso contrario, la magnetización es el momento magnético neto por unidad de volumen.

La magnetización $\vec{M}$ se mide en Ampere/metro, y corresponde a la polarización $\vec{P}$ en dieléctricos.

2.3. LA INDUCCIÓN MAGNÉTICA B EN UN PUNTO EXTERIOR.

Calculemos la inducción magnética en un punto P en el exterior de un cuerpo magnetizado (ver figura 19).

Figura 19. Cuerpo magnetizado. [1].



El vector potencial de una espira de corriente es:

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{m} \times \vec{r}_1}{r^2} \quad (8)$$

donde $\vec{m}$ es el momento dipolar magnético de la espira, siendo la distancia r grande comparada con el tamaño de la espira. El vector unitario $\vec{r}_1$, como siempre, lleva el sentido de la fuente, que es la espira, al punto P, donde se calcula el campo.

Así, pues, el elemento de momento dipolar $\vec{M} d\tau$ situado en $P'(x', y', z')$ produce en $P(x, y, z)$ un vector potencial:

$$d\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{M} \times \vec{r}_1}{r^2} d\tau' \quad (9)$$

y

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\tau'} \frac{\vec{M} \times \vec{r}_1}{r^2} d\tau' \quad (10)$$

Haciendo uso de la siguiente identidad vectorial:

$$\frac{\vec{r}_1}{r^2} = \vec{\nabla}' \left(\frac{1}{r} \right) \quad (11)$$

Obtenemos,

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\tau'} \vec{M} \times \vec{\nabla}' \left(\frac{1}{r} \right) d\tau' \quad (12)$$

donde τ' es el volumen del material magnetizado, o, según la identidad vectorial $\vec{A} \times \vec{\nabla} f = -\vec{\nabla} \times f\vec{A} + f(\vec{\nabla} \times \vec{A})$,

$$\vec{A} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\tau'} \vec{\nabla}' \times \frac{\vec{M}}{r} d\tau' + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\tau'} \frac{\vec{\nabla}' \times \vec{M}}{r} d\tau' \quad (13)$$

Por tanto, empleando la definición de rotacional y el teorema de Stokes

$$\int_{\tau} (\vec{\nabla} \times \vec{A}) d\tau = - \int_S \vec{A} \times d\vec{a} \quad (14)$$

Tenemos,

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S'} \frac{\vec{M} \times \vec{n}}{r} da' + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\tau'} \frac{\vec{\nabla}' \times \vec{M}}{r} d\tau' \quad (15)$$

donde S' es la superficie que limita el volumen τ' del cuerpo magnetizado. Podemos omitir la prima en $\vec{\nabla}$ operando sobre $\vec{M}$, ya que, evidentemente, el operador $\vec{\nabla}$ implica las derivadas respecto a las coordenadas x' , y' , z' , del punto para el cual la magnetización es $\vec{M}$.

Todas las expresiones para $\vec{A}$ son equivalentes, pero la última conduce a una interpretación física sencilla: siempre que los numeradores representen una densidad superficial de corriente en el primer término y una densidad volumétrica de corriente en el segundo. Es posible, por lo tanto, definir una *densidad superficial de corriente equivalente*:

$$\vec{\lambda}_e = \vec{M} \times \vec{n} \quad (16)$$

Y una *densidad volumétrica de corriente equivalente*

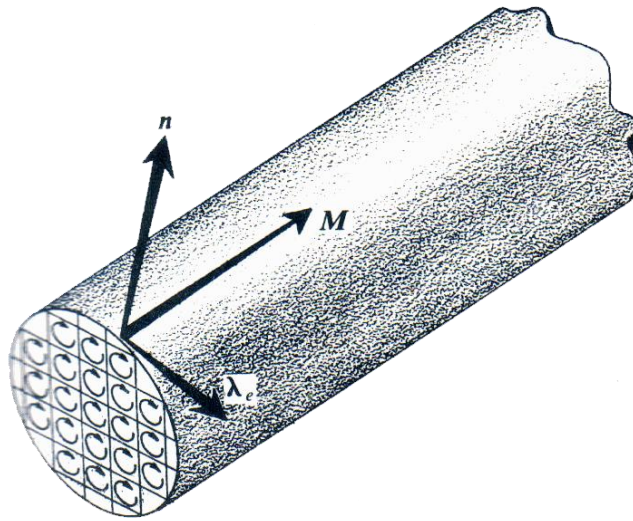
$$\vec{J}_e = \vec{\nabla} \times \vec{M} \quad (17)$$

Así, el potencial vector en P vale:

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S'} \frac{\vec{\lambda}_e}{r} da' + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\tau'} \frac{\vec{J}_e}{r} d\tau' \quad (18)$$

La densidad superficial de corriente equivalente $\vec{\lambda}_e$ para una barra uniformemente magnetizada se muestra en la figura 20.

Figura 20. Modelo de Ampere para las corrientes equivalentes. [1].



La naturaleza física de estas corrientes equivalentes, o *corrientes de Ampere*, se puede entender empleando el modelo introducido por Ampere. Vamos a considerar la figura 20 y a imaginar corrientes λ_e que circulan alrededor de las celdas en un trozo de material cuya longitud es un metro. La corriente de cada celda se anula con la corriente de la celda próxima, con la excepción de la superficie del material, donde se produce una densidad de corriente neta de valor λ_e .

Igualando el momento magnético de la corriente λ_e sobre la periferia con la suma de los momentos magnéticos de las corrientes en las celdas, tenemos:

$$\lambda_e S = MS \quad (19)$$

donde S es la sección transversal de la barra y M su magnetización, o momento magnético por unidad de volumen del material, y

$$\lambda_e = M \quad (20)$$

Se puede, por tanto, explicar el origen de la densidad superficial de corriente equivalente $\vec{\lambda}_e$ empleando corrientes a escala atómica.

Si las corrientes en las celdas contiguas son diferentes se tiene una densidad de corriente volumétrica $\vec{J}_e$ que cumple siempre la ecuación $\vec{\nabla} \cdot \vec{J}_e = 0$, ya que viene dada por $\vec{\nabla} \times \vec{M}$. Por lo tanto, no se puede acumular carga en un punto debida a $\vec{J}_e$. Estas corrientes equivalentes no producen calentamiento, ya que no implican arrastre de electrones y procesos de colisión o *scattering* de los mismos, como ocurre en las corrientes de conducción.

Dado que $\vec{A}$ se puede explicar en función de las distribuciones de corriente $\vec{\lambda}_e$ y $\vec{J}_e$, podemos escribir inmediatamente el valor de $\vec{B}$ utilizando la ley de Biot-Savart:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S'} \frac{\vec{\lambda}_e \times \vec{r}_1}{r^2} da' + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\tau'} \frac{\vec{J}_e \times \vec{r}_1}{r^2} d\tau' \quad (21)$$

En resumen, si se conoce la magnetización $\vec{M}$, se pueden encontrar las densidades de corriente equivalentes que permiten calcular $\vec{B}$ como si estuviera en el vacío.

Se ha demostrado la validez de este procedimiento en puntos situados fuera del material, pero es igualmente válido para puntos en su interior.

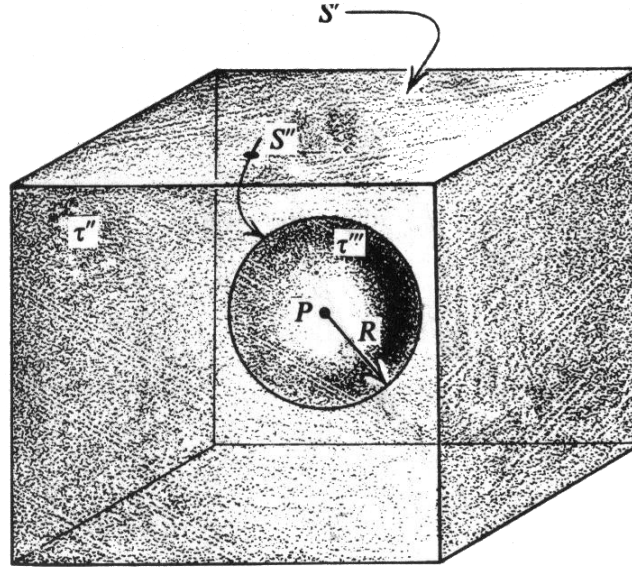
2.4. LA INDUCCIÓN MAGNÉTICA B DE UN PUNTO INTERIOR.

La divergencia de B.

Se calculará, en un punto interior de un material magnetizado, la inducción magnética macroscópica, o el promedio espacio-temporal de la inducción magnética a escala atómica.

Para ello, se divide el material en dos regiones, una que contiene el punto P y sus puntos cercanos y otra que reúne los puntos alejados. La región próxima a P es una pequeña esfera de radio R y centro en P, como se indica en la figura 21, mientras que la región externa es el resto del material magnetizado.

Figura 21. Esfera elemental magnetizada de radio R y volumen τ''' centrada en P , dentro de un cuerpo magnetizado. [1].



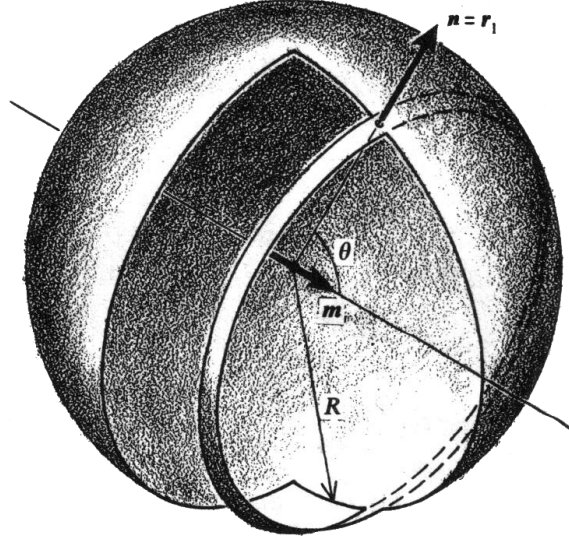
Si el radio R se elige suficientemente grande, la inducción magnética $\vec{B}''$ en el centro de la esfera debida al material magnetizado del volumen exterior τ'' está dada correctamente por

$$\vec{B}'' = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\tau''} \frac{\vec{J}_e \times \vec{r}_1}{r^2} d\tau'' + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S'} \frac{\vec{\lambda}_e \times \vec{r}_1}{r^2} da' + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S''} \frac{\vec{\lambda}_e \times \vec{r}_1}{r^2} da'' \quad (22)$$

Ahora se calculará la inducción magnética macroscópica en P debida a los dipolos magnéticos contenidos en la esfera pequeña de volumen τ''' .

Calculando, en primer lugar, la inducción magnética media producida en el volumen de una esfera por una pequeña espira de corriente en su interior. Para mayor sencillez, se pone la espira de momento magnético $\vec{m}$ en el centro de esfera, como se indica en la figura 22.

Figura 22. Espira de corriente de momento magnético $\vec{m}$ en el centro de una esfera de radio R suficientemente grande para que la aproximación dipolar sea válida en la superficie. [1].



Por definición, el campo medio en la esfera es

$$\bar{B} = \frac{1}{\tau} \int_{\tau} \vec{B} d\tau = \frac{1}{\tau} \int_{\tau} (\nabla \times \vec{A}) d\tau \quad (23)$$

donde τ es el volumen de la esfera. Dado que muy cerca de un átomo se desconoce el valor de $\vec{A}$, es preferible transformar la integral de volumen en otra de superficie, para lo cual se emplea la definición de rotacional y el teorema de Stokes (ver ecuación (14)).

Por lo tanto, se obtiene:

$$\bar{B} = \frac{1}{\tau} \int_S (\vec{n} \times \vec{A}) da \quad (24)$$

donde S es la superficie que limita τ y $\vec{n}$ la normal exterior en la superficie S . Para los puntos de dicha superficie, es válida la aproximación dipolar y

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{m} \times \vec{r}_1}{r^2} \quad (25)$$

Por lo tanto, la integral de volumen de la ecuación (23) se puede calcular sin conocer el valor de $\vec{A}$ en los puntos interiores, siempre que tenga su valor sobre la superficie:

$$\int_{\tau} \vec{B} d\tau = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_S \vec{n} \times \frac{\vec{m} \times \vec{r}_1}{r^2} da \quad (26)$$

o, desarrollando el doble producto vectorial,

$$\int_{\tau} \vec{B} d\tau = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_S \frac{\vec{m}(\vec{n} \cdot \vec{r}_1) - \vec{r}_1(\vec{n} \cdot \vec{m})}{R^2} da \quad (27)$$

El primer término del segundo miembro del numerador es sencillamente $\vec{m}$. El segundo término es $\vec{r}_1 m \cos \theta$ y, por la simetría del problema, se tomará su componente sobre $\vec{m}$, que vale $\vec{m} \cos^2 \theta$. Por lo tanto,

$$\int_{\tau} \vec{B} d\tau = \frac{\mu_0}{4\pi} 4\pi \vec{m} - \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^{\pi} \vec{m} \cos^2 \theta (2\pi \sin \theta d\theta) \quad (28)$$

$$= \frac{2}{3} \mu_0 \vec{m} \quad (29)$$

y la inducción magnética media en el interior de una esfera de radio R debida a una sola espira de momento magnético $\vec{m}$ en su centro, es:

$$\frac{\left(\frac{2}{3}\right) \mu_0 \vec{m}}{\left(\frac{4}{3}\right) \pi R^3}, \text{ o } \frac{\mu_0 \vec{m}}{2\pi R^3} \quad (30)$$

Si la espira no está en el centro de la esfera, el valor medio de $\vec{B}$ no varía.

Por existir en el interior de la esfera muchas espiras de corrientes atómicas, cada una de las que produce un campo medio, como se acabo de ver, el campo total medio debido a los dipolos próximos, si todos están alineados en la misma dirección, es:

$$\vec{B}''' = \frac{4\pi R^3}{3} N \frac{\mu_0 \vec{m}}{2\pi R^3} = \frac{2}{3} \mu_0 \vec{M} \quad (31)$$

En principio, este resultado es discutible, ya que algunas de las espiras estarán demasiado próximas a la superficie esférica para que sea válida la aproximación dipolar de la ecuación (25). No obstante, este error se puede hacer arbitrariamente pequeño aumentando el volumen de la esfera. Como es tan pequeño el tamaño de

las moléculas es fácil elegir una esfera microscópica suficientemente grande para hacer dicho error despreciable.

La magnetización $\vec{M}$ se puede considerar uniforme en el interior de la esfera S'' , y se puede suponer que $\vec{B}$, en el centro, es el valor medio que se acaba de calcular, o $2/3 \mu_0 \vec{M}$.

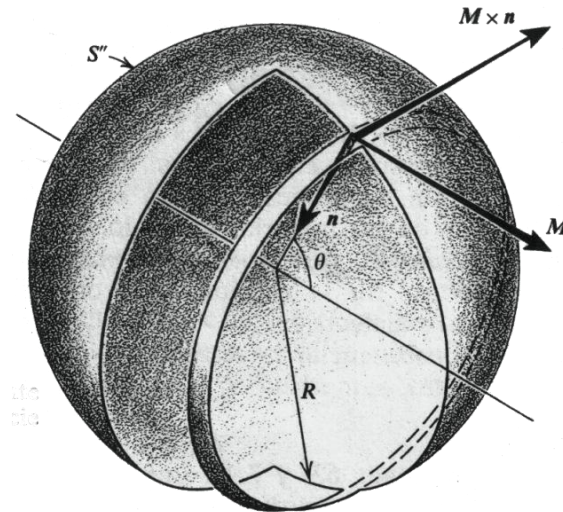
En consecuencia, la inducción magnética en un punto P en el interior de un material magnetizado, como ocurre en la figura 21, es la suma de $\vec{B}''$ debido al material alejado, dado por la ecuación (22), y de $\vec{B}'''$ debido al material contenido en la pequeña esfera de radio R que se acaba de obtener:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\tau''} \frac{\vec{J}_e \times \vec{r}_1}{r^2} d\tau'' + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S'} \frac{\vec{\lambda}_e \times \vec{r}_1}{r^2} da' + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S''} \frac{\vec{\lambda}_e \times \vec{r}_1}{r^2} da'' + \frac{2}{3} \mu_0 \vec{M} \quad (32)$$

Ahora se calculará el tercer término, que proporciona la inducción magnética en el centro de la esfera debida a las corrientes que circulan sobre la superficie S'' . La densidad de corriente equivalente $\vec{\lambda}_e$ sobre S'' es $\vec{M} \times \vec{n}$ y lleva la dirección que se indica en la figura 23. Entonces, en el centro de la esfera,

$$\frac{\vec{\lambda}_e \times \vec{r}_1}{r^2} = \frac{(\vec{M} \times \vec{n}) \times \vec{n}}{R^2} \quad (33)$$

Figura 23. Densidad de corriente equivalente $\vec{M} \times \vec{n}$ en la superficie imaginaria S'' . [1].



Estas corrientes producen una inducción magnética que tiene sentido opuesto a $\vec{M}$, y se puede, por tanto, tomar la componente de $(\vec{M} \times \vec{n}) \times \vec{n}$ en la dirección de $-\vec{M}$:

$$\frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S''} \frac{\vec{\lambda}_e \times \vec{r}_1}{r^2} da'' = -\frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^\pi \frac{\vec{M} \text{sen}^2 \theta}{R^2} 2\pi R \text{sen} \theta R d\theta \quad (34)$$

$$= -\frac{2}{3} \mu_0 \vec{M} \quad (35)$$

Las corrientes equivalentes sobre la superficie S'' anulan exactamente la inducción magnética debida a los dipolos cerrados. Por lo tanto, en un punto interior, solo quedan las dos primeras integrales de la ecuación (32):

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\tau''} \frac{\vec{J}_e \times \vec{r}_1}{r^2} d\tau'' + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S'} \frac{\vec{\lambda}_e \times \vec{r}_1}{r^2} da' \quad (36)$$

Si se extiende la primera integral al volumen τ' , que es $\tau'' + \tau'''$, añadiremos la integral de $(\vec{J}_e \times \vec{r}_1)/r^2$ sobre el volumen τ''' de la esfera pequeña. Esta última integral se anula, por simetría, ya que $\vec{J}_e$ es constante en todo el volumen τ''' . Finalmente,

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\tau'} \frac{\vec{J}_e \times \vec{r}_1}{r^2} d\tau' + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S'} \frac{\vec{\lambda}_e \times \vec{r}_1}{r^2} da' \quad (37)$$

donde $\vec{J}_e = \vec{\nabla} \times \vec{M}$ y $\vec{\lambda}_e = \vec{M} \times \vec{n}$.

Las corrientes equivalentes dan, por lo tanto, el valor correcto de la inducción magnética $\vec{B}$ tanto en los puntos interiores como en los exteriores de un material magnetizado. Con otras palabras, *siempre se puede calcular $\vec{B}$ sustituyendo el material magnetizado por sus corrientes equivalentes.*

En consecuencia, la relación

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (38)$$

se aplica incluso en presencia de materiales magnéticos.

También se deduce que, en cualquier punto del espacio, el vector potencial debido a un material magnetizado, es

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\tau'} \frac{\vec{J}_e}{r} d\tau' + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S'} \frac{\vec{\lambda}_e}{r} da' \quad (39)$$

Si, con toda generalidad, se incluyen las densidades de corriente libre $\vec{J}_f$ y $\vec{\lambda}_f$, entonces:

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\tau'} \frac{\vec{J}_f + \nabla' \times \vec{M}}{r} d\tau' + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S'} \frac{\vec{\lambda}_f + \vec{M} \times \vec{n}}{r} da' \quad (40)$$

EJEMPLO

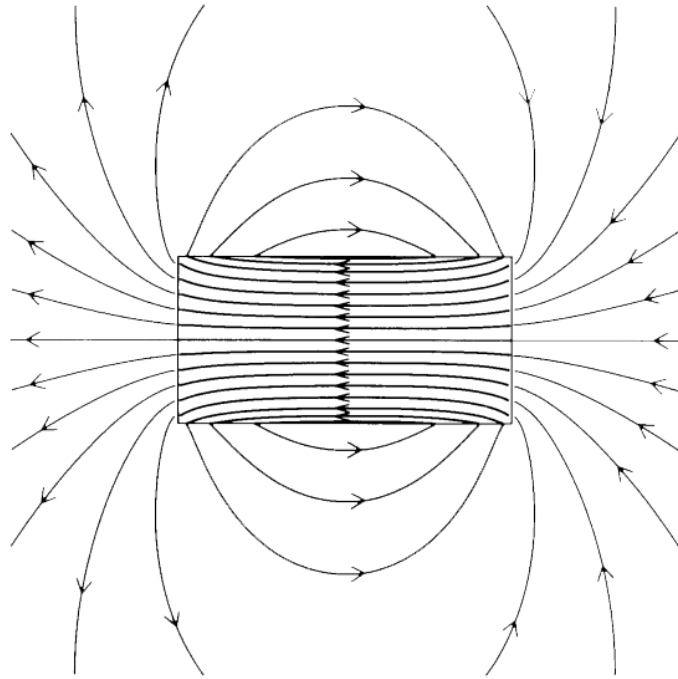
El campo B de un cilindro uniformemente magnetizado.

Regresando al cilindro uniformemente magnetizado en la dirección de su eje (ver figura 20). Este es un caso idealizado, como se verá más adelante, pero es un ejemplo útil en este momento.

Se ha demostrado en la subcapítulo 2.3 que la superficie del cilindro tiene una densidad de corriente equivalente $\vec{\lambda}_e$, que numéricamente es igual a $\vec{M}$. En el interior del imán, $\nabla \times \vec{M} = 0$, y la densidad volumétrica de corriente $\vec{J}_e$ es cero. En las bases del cilindro, $\vec{M}$ es paralelo al vector unitario normal $\vec{n}$, y $\vec{\lambda}_e$ se anula

El campo $\vec{B}$ de un cilindro uniformemente magnetizado en la dirección de su eje de simetría es idéntico, por lo tanto, al de un solenoide de las mismas dimensiones por el que circula una densidad de corriente $N' I = M$, donde N' es el número de vueltas/metro. La figura 24 presenta un ejemplo de este tipo de campo.

Figura 24. Líneas de B para un solenoide. [1].



Se observa, que en el interior del imán, $\vec{B}$ y $\vec{M}$ tienen el *mismo sentido*. Cerca del centro de un cilindro alargado uniformemente magnetizado, $\vec{B}$ será igual a $\mu_0 \vec{M}$.

2.5. LA INTENSIDAD DEL CAMPO MAGNÉTICO H.

Ley de Ampere de la circulación.

Es conocido que, para corrientes estacionarias y materiales no magnéticos,

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}_f \quad (41)$$

Por otra parte, se acaba de ver que, para calcular $\vec{B}$, se puede siempre sustituir un material magnetizado por las corrientes equivalentes. En consecuencia, si tenemos un material magnetizado y corrientes estacionarias,

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 (\vec{J}_f + \vec{J}_e) \quad (42)$$

donde $\vec{J}_e$ es la densidad volumétrica de corriente equivalente. Esta ecuación es válida sólo en los puntos donde existe la derivada de $\vec{B}$ con respecto a las coordenadas x, y, z. No es, por tanto, aplicable en la superficie de los materiales magnéticos. Por tanto, se puede sustituir $\vec{J}_e$ por $\nabla \times \vec{M}$, resultando,

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0(\vec{J}_f + \nabla \times \vec{M}) \quad (43)$$

$$\nabla \times \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \right) = \vec{J}_f \quad (44)$$

El vector entre paréntesis, cuyo rotacional es igual a la densidad de corriente *libre* en el punto, es la intensidad del campo magnético

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \quad (45)$$

que se puede expresar en Amperes/metro. Como se ve, $\vec{H}$ y $\vec{M}$ tienen las mismas unidades.

Así, se encuentra la relación

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \quad (46)$$

que se puede comparar con la ecuación que se aplica a dieléctricos:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (47)$$

Según la ecuación (44), se tiene que, para corrientes estacionarias, tanto dentro como fuera de un material magnético,

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_f \quad (48)$$

Si integramos sobre una superficie S , resulta:

$$\int_S (\nabla \times \vec{H}) \cdot d\vec{a} = \int_S \vec{J}_f \cdot d\vec{a} \quad (49)$$

o, empleando el teorema de Stokes en el primer miembro,

$$\int_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_f \quad (50)$$

donde C es la curva que limita la superficie S , e I_f la corriente de cargas libres que encierra la curva C . Se debe tener en cuenta que I_f no incluye las corrientes equivalentes. El primer miembro se llama la *fuerza magnetomotriz*.

Esta es una forma más general de la *ley de Ampere* de la *circulación*, ya que se puede emplear para calcular $\vec{H}$ aunque existan materiales magnéticos. Es rigurosamente válida sólo para corrientes estacionarias.

2.6. SUSCEPTIBILIDAD MAGNÉTICA χ_m Y PERMEABILIDAD RELATIVA μ_r .

Como para los dieléctricos, es conveniente definir una *susceptibilidad magnética* χ_m y una *permeabilidad relativa* μ_r , tal que

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H} \quad (51)$$

Dado que, por otra parte,

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \quad (52)$$

entonces,

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H} \quad (53)$$

donde

$$\mu_r = 1 + \chi_m \quad (54)$$

La magnitud μ recibe el nombre de *permeabilidad*. Tanto χ_m como μ_r son cantidades adimensionales.

La ecuación (52) es general, pero las ecuaciones (53) y (54) se basan en la hipótesis de que el material es isótropo y lineal; en otras palabras, que $\vec{M}$ es proporcional a $\vec{H}$ y que tienen la misma dirección. Desgraciadamente, en los materiales *ferromagnéticos*, esta hipótesis nunca es totalmente cierta. En un imán permanente, por ejemplo, $\vec{B}$ y $\vec{H}$ tienen, aproximadamente, la misma dirección aunque sentidos opuestos. Incluso en los llamados materiales magnéticos blandos, como el hierro dulce, $\vec{B}$ y $\vec{H}$ no siempre tienen la misma dirección, y cuando así ocurre, μ_r , en general, no es constante. Puede variar en órdenes de magnitud, según el valor de H y la historia previa del material. Por tanto, las cantidades χ_m y μ_r no tienen tanto significado como las correspondientes χ_e y ϵ_r para dieléctricos.

Para el hierro y para $B \approx 0.5 \text{ Weber/metro}^2$, $\mu_r \approx \chi_m \approx 10^3$.

En los materiales *paramagnéticos*, M está dado por la ecuación de Langevin ($P = Np \left(\coth u - \frac{1}{u} \right) = Np \left(\coth \frac{pE_{loc}}{kT} - \frac{kT}{pE_{loc}} \right)$) con p sustituido por m y E_{loc} por B . Como ocurre con los dieléctricos, a temperatura ambiente, la energía magnética mB es mucho menor que kT . Por ejemplo, m es del orden de 10^{-23} Amperios-metro², y, para un campo magnético de 1 Weber/metro^2 , $mB/kT \approx 2.5 \times 10^{-3}$. Desarrollando las exponenciales, resulta:

$$M \approx \frac{Nm^2}{3kT} B \quad (55)$$

$$\chi_m = \frac{M}{H} \approx \mu_0 \frac{M}{B} \approx \frac{\mu_0 Nm}{3kT} \quad (56)$$

La susceptibilidad magnética de las sustancias paramagnéticas es menor que la unidad en varios órdenes de magnitud y es proporcional a la inversa de la temperatura absoluta.

En los materiales *diamagnéticos* la magnetización tiene sentido opuesto al campo externo. La permeabilidad relativa es *menor* que la unidad y es independiente de la temperatura.

Si domina la magnetización por orientación, la permeabilidad resultante es mayor que la unidad.

2.6.1. La densidad de corriente equivalente $\nabla \times \vec{M}$ y la densidad de corriente libre $\vec{J}_f$. En un material magnético lineal e isótropo, $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$. Si, además, μ no es función de las coordenadas se tiene, según la ecuación (48), que:

$$\mu \nabla \times \vec{H} = \nabla \times \mu \vec{H} = \nabla \times \vec{B} = \mu \vec{J}_f \quad (57)$$

o empleando la ecuación (46),

$$\mu_0 \nabla \times (\vec{H} + \vec{M}) = \mu \vec{J}_f = \mu_0 \mu_r \vec{J}_f \quad (58)$$

$$\nabla \times M = \mu_r \vec{J}_f - \nabla \times \vec{H} \quad (59)$$

$$\vec{J}_e = (\mu_r - 1) \vec{J}_f \quad (60)$$

Por lo tanto, en los materiales magnéticos lineales, isótropos y homogéneos, la densidad de corriente equivalente $\nabla \times \vec{M}$ es un múltiplo de la densidad de corriente libre $\vec{J}_f$, siendo positivo el factor de proporcionalidad.

También,

$$\mu \vec{J}_f = \mu_0 (\vec{J}_f + \nabla \times \vec{M}) \quad (61)$$

Esta ecuación es válida sólo para campos estacionarios.

Según la ecuación (40), se deduce que para un medio homogéneo,

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int_{\tau'} \frac{\vec{J}_f}{r} d\tau' + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S'} \frac{\vec{\lambda}_f + \vec{M} \times \vec{n}}{r} da' \quad (62)$$

La integral de superficie no se puede transformar como la de volumen, puesto que $\vec{\lambda}_f$ y $\vec{M} \times \vec{n}$ no están relacionados. Por ejemplo, una pieza de hierro dulce colocada en un campo magnético adquiere una magnetización $\vec{M}$ aunque su $\vec{\lambda}_f$ sea cero.

2.7. HISTÉRESIS

Se puede medir B como función de H utilizando una muestra en forma de anillo, como se indica en la figura 25. La función del devanado a , que tiene N vuelta y por el que circula una corriente I , es producir una intensidad de campo magnético acimutal

$$H = \frac{NI}{2\pi r} \quad (63)$$

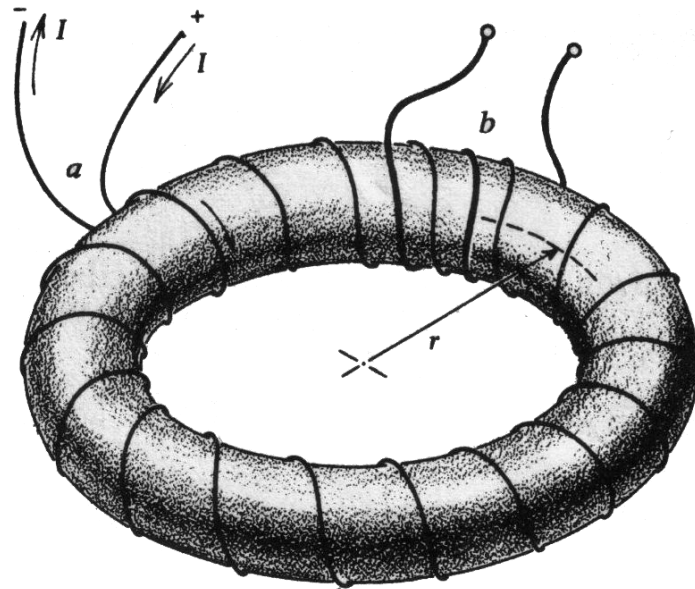
La inducción magnética es:

$$B = \frac{\phi}{S} \quad (64)$$

donde S es la sección transversal del núcleo y ϕ el flujo magnético.

Se pueden medir cambios en ϕ , esto es, variaciones en B , modificando la corriente I e integrando la fuerza electromotriz inducida en el devanado b . Tanto B como H se pueden medir fácilmente.

Figura 25. Anillo de Rowland para la determinación de B en función de H para una sustancia ferromagnética. [1].



Si se utiliza una muestra inicialmente no magnetizada de hierro y se aumenta la corriente en la bobina a de la figura 25 hasta un valor dado, la inducción magnética crece según una curva como la ab de la figura 26. Esta curva se conoce con el nombre de curva de *magnetización*. Si ahora se reduce a cero la corriente que circula por el devanado, B decrece siguiendo bc . El valor de la inducción magnética en c es la *inducción residual*, para la muestra particular del material. Si la corriente se invierte y se aumenta en este sentido negativo, B se anula en un punto d . El valor de H , en este punto, se conoce como el *campo coercitivo*. Si se continúa aumentando la corriente en esta dirección se llega al punto e , simétrico del b . Si la corriente se reduce, invierte y aumenta, se alcanza nuevamente el punto b . La curva cerrada $bcdefgb$ se conoce como un *ciclo de histéresis*. Si, en cualquier punto, la corriente se varía en un ciclo menor, también se describe un menor ciclo de histéresis.

La *permeabilidad diferencial* se define como la relación

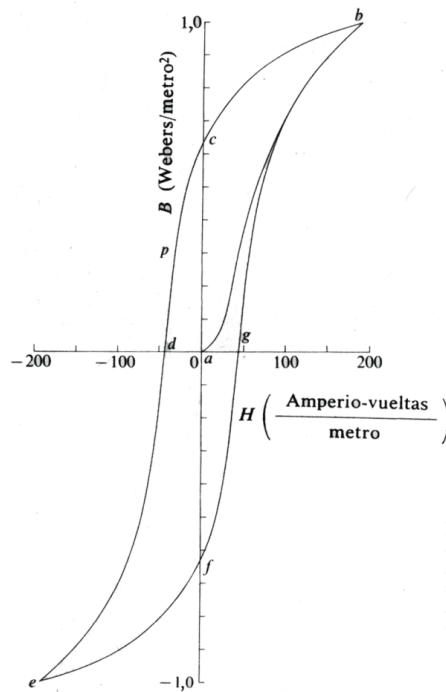
$$\frac{1}{\mu_0} \frac{dB}{dH} \quad (65)$$

Dada la no linealidad de las curvas B-H, dicha relación no es constante.

Una característica peculiar del ciclo de histéresis es la inducción de saturación a partir de la cual la magnetización M ya no aumenta más.

Esta situación corresponde a la total orientación de los dominios, y un aumento de H solo incrementa B por la contribución debida al aumento de la corriente de conducción. Normalmente, la inducción de saturación es del orden de 1 ó 2 Webers/metro².

Figura 26. Curva de magnetización ab y ciclo de histéresis $bcdefg$. [1].



En un imán permanente, el punto p que representa B y H en el ciclo de histéresis de la figura 26 está en el segundo cuadrante.

2.7.1. Energía acumulada en un campo magnético. Si se imagina una bobina de N espiras y resistencia R y se aplica una tensión creciente desde 0 a U_{max} cuyo valor instantáneo será representado por u , en virtud de la cual circula en cada momento por dicha bobina una corriente i_μ que engendra un flujo ϕ_i concatenado con todas las espiras, este flujo inducirá una f.e.m instantánea e tal que:

$$u + e = Ri_\mu \quad (66)$$

$$u - N \frac{d\phi_i}{dt} = Ri_\mu \quad (67)$$

La potencia que produce en cada instante la fuente de energía será $u \cdot i_\mu$ y la energía suministrada durante el tiempo infinitesimal dt valdrá

$$ui_\mu dt = Ni_\mu d\phi_i + Ri_\mu^2 dt \quad [J] \quad (68)$$

El término $(Ri_\mu^2 dt)$ representa la energía perdida por efecto Joule en la resistencia de la bobina y $(Ni_\mu d\phi_i)$ es precisamente la energía acumulada en el campo magnético dW_μ debida al incremento de flujo $d\phi_i$

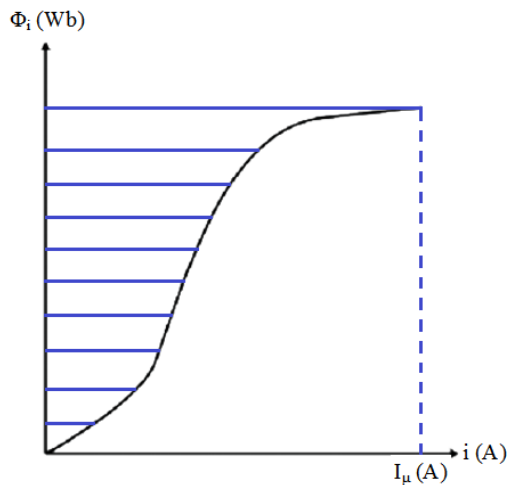
$$dW_\mu = Ni_\mu d\phi_i \quad [J] \quad (69)$$

Si la corriente pasa desde cero hasta el valor i_μ con una variación simultánea del flujo concatenado desde 0 hasta ϕ , la energía total almacenada en el campo magnético vendrá dada por

$$W_\mu = \int_0^\phi Ni_\mu d\phi_i \quad [J] \quad (70)$$

La relación $\phi_i = \varphi(i_\mu)$ ligada a la característica magnética del circuito determina el valor de W_μ . Si dicha característica es por ejemplo, la que se presenta en la figura 27 se observará fácilmente que la energía acumulada en el mismo resulta proporcional al área rayada de dicha figura.

Figura 27. Energía acumulada en un circuito magnético cualquiera.



Si el circuito es homogéneo en una zona más o menos extensa del espacio de sección constante S (m²) y longitud l (m), el campo uniforme creado por las N espiras vale

$$H_i = \frac{Ni_\mu}{l} [A - v/m] \quad (71)$$

Y la inducción

$$B_i = \frac{\phi_i}{S} [T] \quad (72)$$

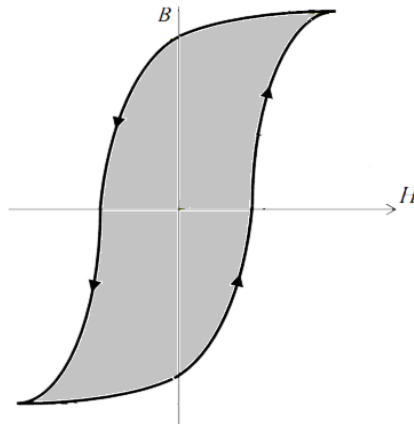
En tal caso

$$W_\mu = \int_0^\phi H_i l \cdot S dB_i \quad (73)$$

$$W_\mu = V \int_0^B H_i dB_i [J] \quad (74)$$

2.7.2. Pérdidas de energía en los núcleos ferromagnéticos debido a la histéresis. El fenómeno de histéresis provoca en los materiales ferromagnéticos, como ya sabemos, un ciclo de magnetización en el cual las curvas ascendentes y descendentes no coinciden, dejando encerrada entre ellas una cierta superficie (ver figura 28).

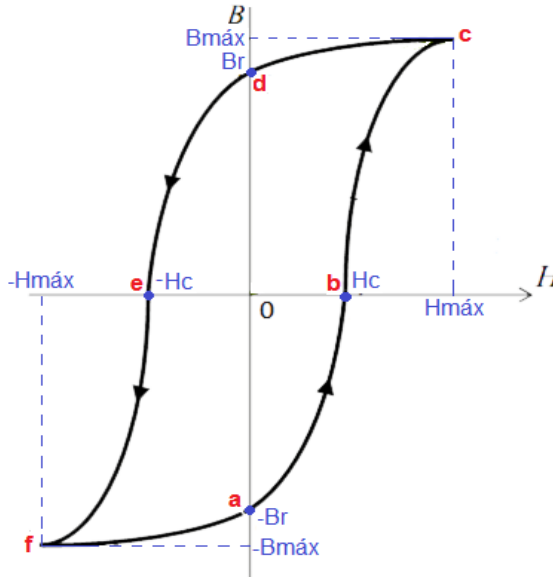
Figura 28. Pérdidas por histéresis.



Esta superficie señala evidentemente a la escala establecida la diferencia entre la potencia absorbida durante la fase de acumulación de energía y la de restitución de la misma, diferencia que se traduce en pérdidas transformándose en calor en el seno del material sometido al proceso de magnetización alterno.

Para el siguiente análisis haremos uso de la figura 29.

Figura 29. Pérdidas por histéresis.

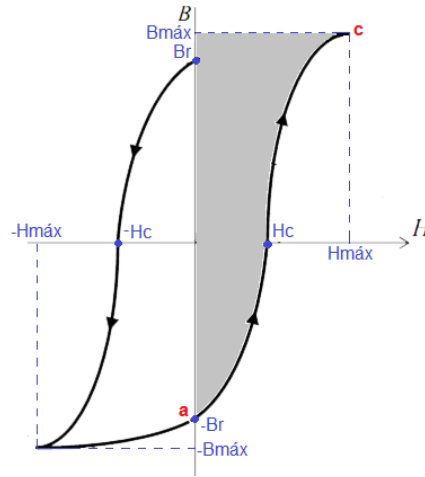


Suponiendo que la amplitud de la fuerza magnetizante varía entre $H_{m\acute{a}x}$ y $-H_{m\acute{a}x}$ y la correspondiente variación de la densidad de flujo es de $B_{m\acute{a}x}$ y $-B_{m\acute{a}x}$.

Considérese un ciclo completo de magnetización a-b-c-d-e-f-a. Durante la parte a-c del ciclo, H se incrementa de 0 a $H_{m\acute{a}x}$ y B se incrementa de $-B_r$ a $B_{m\acute{a}x}$. La energía absorbida por el campo magnético, almacenada durante esta parte del ciclo es:

$$W_{ac} = \tau \int_{-B_r}^{B_{m\acute{a}x}} H \cdot dB \quad (75)$$

Figura 30. Energía absorbida durante la parte a-c del ciclo.

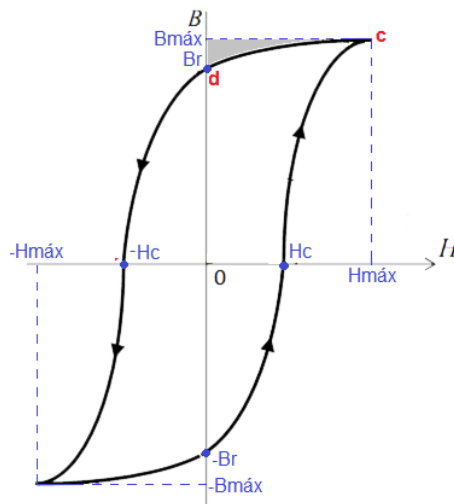


Ahora bien, durante la porción c-d del ciclo, H disminuye de $H_{máx}$ a 0 y B disminuye de $B_{máx}$ a B_r . Debido a la histéresis, la disminución tiene lugar a lo largo de una curva diferente de la que se tomó en cuenta cuando se incrementó la densidad de flujo. La energía es regresada a la fuente durante esta parte del ciclo porque:

$$W_{cd} = \tau \int_{B_{máx}}^{-B_r} H \cdot dB \quad (76)$$

es negativa.

Figura 31. Energía regresada a la fuente durante la parte del ciclo c-d.



Durante la parte del ciclo d-f del ciclo, el núcleo es magnetizado en sentido opuesto, y la energía es absorbida por el campo porque

$$W_{df} = \tau \int_{B_r}^{-B_{m\acute{a}x}} H \cdot dB \quad (77)$$

es positiva.

Finalmente, durante el segmento f-a del ciclo, se regresa la energía a la fuente para esta porción porque

$$W_{fa} = \tau \int_{-B_{m\acute{a}x}}^{-B_r} H \cdot dB \quad (78)$$

es negativo.

La energía neta absorbida por el campo magnético durante un ciclo completo de magnetización es:

$$W_h = W_{ac} + W_{cd} + W_{df} + W_{fa} \quad (79)$$

La energía W_h no se regresa a la fuente, sino que es disipada en el material ferromagnético en forma de calor.

Según los primeros estudios experimentales, Steinmetz³ halló que la potencia perdida era proporcional a la densidad de flujo máxima alcanzada elevada a la potencia 1.6, de donde

$$p_h = k_2 f B_{m\acute{a}x}^{1.6} \left[\frac{W}{m^3} \right] \quad (80)$$

p_h = Potencia perdida en Watts.

k_2 = Coeficiente de proporcionalidad

f = Frecuencia del flujo alterno en Hz.

$B_{m\acute{a}x}$ = Densidad de flujo máxima en T.

³ Sus trabajos más reconocidos se basan en la corriente alterna donde promulgó el uso de números complejos, también estudió el ciclo de histéresis de los materiales ferromagnéticos.

Posteriormente, para densidades en el hierro superiores a los 10kG, como se presentan en las máquinas eléctricas, se vio que convenía mejor a la realidad el exponente 2, haciéndose

$$p_h = k_2 f B_{m\acute{a}x}^2 \left[\frac{W}{m^3} \right] \quad (81)$$

y para las chapas de aleación acero al silicio modernas de bajas pérdidas se ha podido constatar que este exponente tampoco respondía a la experiencia, siendo más aproximado el de 2.1 a 2.2.

En lugar de evaluar las pérdidas por unidad de volumen suele ser más práctico el referirlas a la unidad de peso escribiendo

$$p_h = k_h f B_{m\acute{a}x}^2 \left[\frac{W}{kg} \right] \quad (82)$$

y entonces el coeficiente de proporcionalidad k_h representa los vatios perdidos por histéresis en cada kilogramo de sustancia férrica cuando se la somete a un flujo alterno de inducción máxima 1T a razón de 1 período por segundo. Las pérdidas de este género no se hallan afectadas por la forma de onda, espacial o temporal, del flujo o inducción sino que dependen exclusivamente de la inducción máxima.

2.8. CONDICIONES DE CONTORNO.

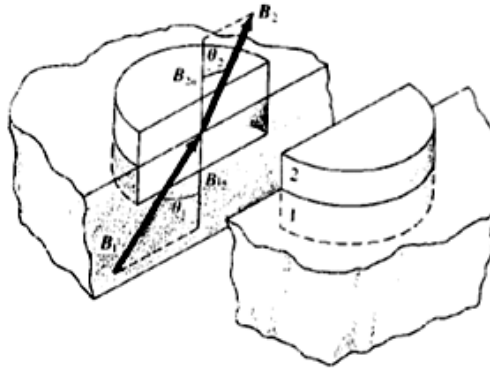
Ahora se examinarán las condiciones de continuidad que $\mathbf{B}$ y $\mathbf{H}$ deben cumplir en la separación de dos medios.

La figura 32 muestra un pequeño volumen cilíndrico cuyas caras superior e inferior son paralelas e infinitamente próximas a la separación. Por no existir flujo a través de la superficie lateral, el flujo en la cara superior debe ser igual al que produce en la cara inferior, y

$$B_{n1} = B_{n2} \quad (83)$$

La componente normal $\mathbf{B}$ es, por lo tanto, continua al atravesar la separación.

Figura 32. Superficie gaussiana en la separación entre dos medios. [1].



Considerando ahora la figura 33. El recorrido, cerrado tienen dos lados paralelos a la separación y próximos a esta. Según la ley de la circulación, ecuación 50,

$$\int_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I \quad (84)$$

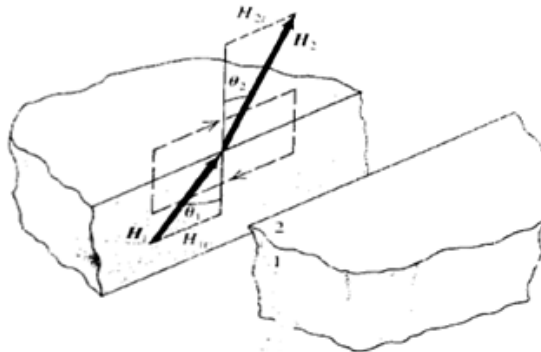
Donde I es la corriente de conducción que encierra el recorrido.

Si los dos lados paralelos a la separación están infinitésimamente próximos a la misma, I es igual a cero, ya que no existen corrientes libres totalmente superficiales, salvo en los superconductores. Entonces,

$$H_{t1} = H_{t2} \quad (85)$$

Y la componente tangencial de $\vec{H}$ es continua al cruzar la separación.

Figura 33. Trayectoria cerrada que atraviesa la separación. [1].



Si se pone B igual a μH , siendo las permeabilidades relativas las correspondientes al valor concreto de H , entonces, por la continuidad de la componente normal de B , se cumple:

$$\mu_{r1}\mu_0 H_1 \cos \theta_1 = \mu_{r2}\mu_0 H_2 \cos \theta_2 \quad (86)$$

Y por la continuidad de la componente tangencial de H :

$$H_1 \sin \theta_1 = H_2 \sin \theta_2 \quad (87)$$

Entonces:

$$\frac{\tan \theta_1}{\tan \theta_2} = \frac{\mu_{r1}}{\mu_{r2}} \quad (88)$$

Las líneas de B , o de H , están más alejados de la normal en el medio de mayor permeabilidad.

2.9. CÁLCULO DE CAMPOS MAGNÉTICOS

Es evidente que los campos magnéticos que implican materiales ferromagnéticos no se prestan a un análisis matemático riguroso. Hay que recurrir a métodos aproximados de cálculo que, en general, resultan satisfactorios. Si se requiere mayor precisión hay que realizar medidas sobre modelos.

Como primer ejemplo de cálculo de campos magnéticos se volverá al campo de un imán al que se le aplicarán los conceptos desarrollados hasta ahora. Después se discutirá un tratamiento diferente que utiliza el concepto de circuito magnético.

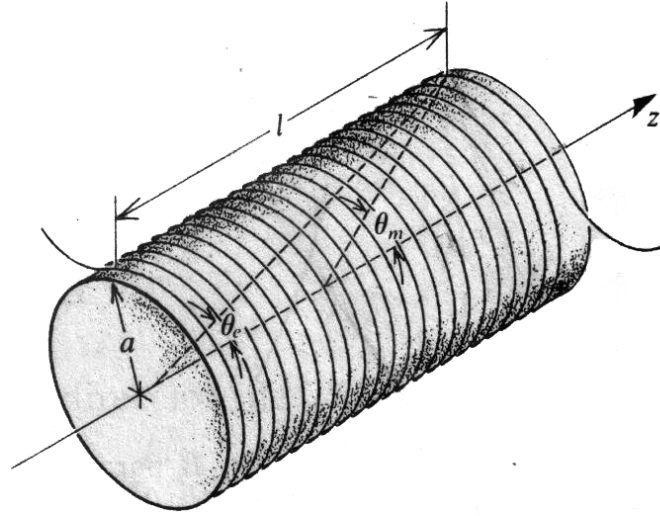
EJEMPLOS

El solenoide Finito.

Utilizando la ley de Biot-Savart se puede calcular $\vec{B}$ sobre el eje de un pequeño solenoide, sumando las contribuciones de las espiras individuales. Si la longitud del solenoide es l y su radio a , la inducción magnética en el centro es:

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0}{2} \int_{-l/2}^{+l/2} \frac{a^2 N' I dz}{(a^2 + z^2)^{3/2}} \\ &= \mu_0 N' I \cos \theta_m \end{aligned} \quad (89)$$

Figura 34. Caracterización geométrica de un solenoide finito. [1].



Se ha supuesto las espiras juntas, esto es, el arrollamiento apretado. En el caso de un solenoide de gran longitud, $\theta \rightarrow 0$ y $B \rightarrow \mu_0 N' I$.

En una de las bases, también sobre el eje,

$$B = \mu_0 N' I \frac{\cos \theta_e}{2} \quad (90)$$

Los campos B y H de un imán.

Regresando al caso del cilindro uniformemente magnetizado de la figura 24. Este ayudará a entender el campo de un imán cilíndrico real.

El campo B , tanto dentro como fuera del imán, es el de un solenoide del mismo tamaño por el que circula una densidad de corriente $N' I = M$, donde N' es el número de vueltas/metro. Este campo se muestra en la figura 35. Según se verá, las líneas de $\vec{B}$ sufren una refracción en la superficie cilíndrica.

Fuera del Imán, $\vec{H}$ es sencillamente $\vec{B}/\mu_0$.

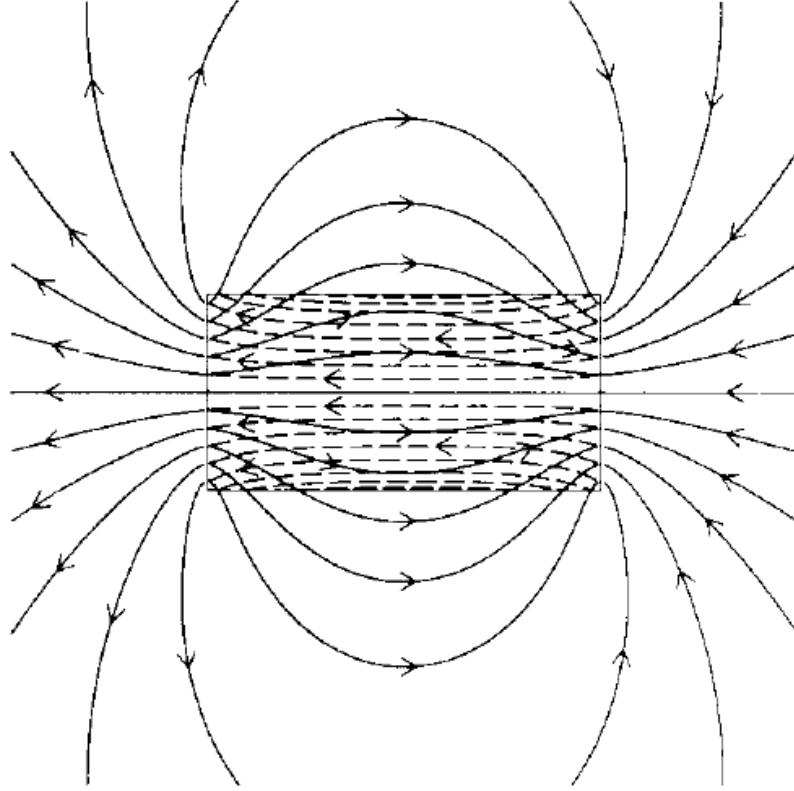
Dentro del imán, según la ecuación:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \quad (91)$$

(Recordemos que la relación $\vec{H} = \vec{B}/\mu$. Solo es válida para materiales magnéticos lineales e isótropos.) Cerca del centro de un imán cilíndrico alargado, $\vec{B} \approx \mu_0 \vec{M}$ y $H \approx 0$. Para un imán corto se puede utilizar los valores de $\vec{B}$ calculados en el ejemplo del solenoide finito, sustituyendo nuevamente la magnetización M por la densidad de corriente $N' I$. En consecuencia en el centro del imán,

$$B = \mu_0 M \cos \theta_m \quad H = -M(1 - \cos \theta_m) \quad (92)$$

Figura 35. Líneas de H (continuas) para un cilindro magnetizado uniformemente. Las líneas M (no indicadas) son paralelas al eje y están dirigidas hacia la izquierda. Las líneas de B se representan a trazos en el interior del imán; en el exterior siguen las líneas de H . [1].



Mientras que en el centro de una base,

$$B = \mu_0 M \frac{\cos \theta_e}{2}, \quad H = -M \left[1 - \frac{\cos \theta_e}{2} \right] \quad (93)$$

El campo H también se representa en la figura 35.

Como se puede ver, dentro del imán, B y H tienen aproximadamente la misma dirección y sentidos opuestos (ver figura 35), también si se toma el rotacional de la ecuación 91,

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 (\nabla \times \vec{H} + \nabla \times \vec{M}) = 0 \quad (94)$$

Siendo $\nabla \times \vec{H}$ cero, ya que $\vec{J}_f$ lo es (ecuación 48) y también $\nabla \times \vec{M}$ cero, pues, por hipótesis, $\vec{M}$ es uniforme.

Como se puede apreciar, las líneas de $\vec{H}$ no se refractan en la superficie cilíndrica del imán.

El campo de un imán cilíndrico real no es tan sencillo de analizar. Los momentos magnéticos de cada átomo tienden a alinearse con el campo B , por lo que la magnetización M , y en consecuencia, las densidades de corriente equivalente sobre la superficie cilíndrica, son más débiles cerca de las bases. Además, por no ser M uniforme, podemos tener corrientes de Ampere en el interior del imán. Las bases del cilindro también transportan corrientes de este tipo, ya que $\vec{M} \times \vec{n}$ solo es cero en el eje. El resultado neto es que existen <<polos>> cerca de las bases del imán cilíndrico de los que parten líneas de campo B en todas las direcciones. Estos polos son más notorios si el imán es largo y estrecho.

El imán y la barra electrete

Es instructivo comparar el campo del cilindro de material magnético uniformemente magnetizado (figura 36 a), con su equivalente eléctrico, un cilindro uniformemente polarizado de dieléctrico (figura 36 b).

En el caso de un Imán, el campo $\vec{B}$ es el de un solenoide equivalente, (figura 36 c) que tiene una densidad de corriente $\vec{M}$. Para encontrar el campo $\vec{H}$ utilizamos la relación

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M} \quad (95)$$

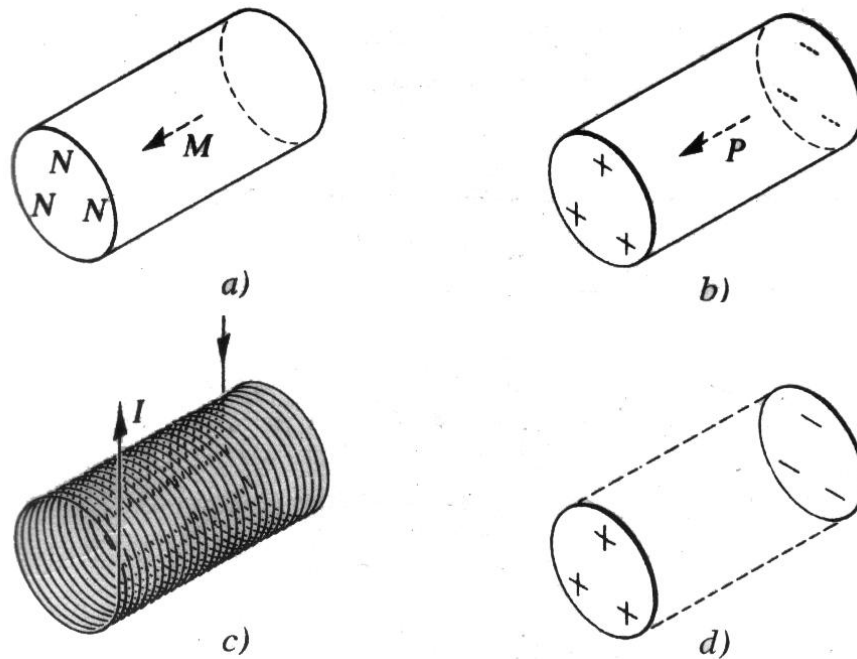
Resultando $\vec{H}$ de valor $\vec{B}/\mu_0$ fuera y $\vec{B}/\mu_0 - \vec{M}$ dentro.

En el caso de un electrete, el campo $\vec{E}$ es el de las cargas ligadas sobre las bases, como se indica en la (figura 36 d), o de un par de discos paralelos cargados con densidades de carga $\mp \vec{P}$. Entonces, el campo $\vec{D}$ esta dado por

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (96)$$

Y es por tanto $\epsilon_0 \vec{E}$ fuera y $\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ dentro.

Figura 36. a) Imán. b) Barra electrete c) En cada punto del espacio la inducción magnética $\vec{B}$ debida al imán es igual a la de un solenoide de las mismas dimensiones y recorrido por una densidad de corriente $N'I$ igual a M . El número de vueltas por metro en el solenoide es N' d) de manera análoga, la intensidad del campo eléctrico $\vec{E}$ debida al electrete es la misma que la producida por dos discos cargados con densidades $\mp P$ y que ocupasen las posiciones de las bases del cilindro. [1].



Matemáticamente, los campos del imán y del electrete obedecen ecuaciones semejantes:

$$\begin{aligned} \text{Electrete} \\ D &= \epsilon_0 E + P \\ \nabla \cdot D &= 0 \\ \nabla \times E &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Imán} \\ B &= \mu_0 H + \mu_0 M \\ \nabla \cdot B &= 0 \\ \nabla \times H &= 0 \end{aligned}$$

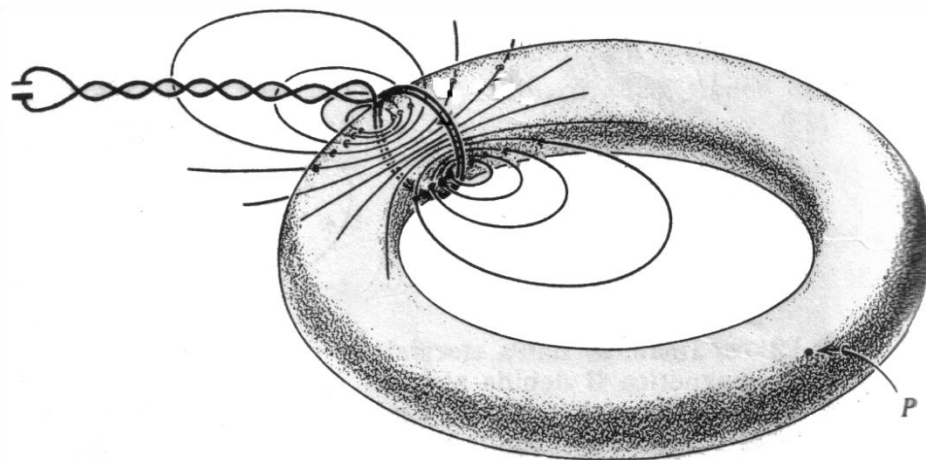
Evidentemente el campo $\vec{H}$ de un imán se puede calcular como el campo $\vec{E}$ del electrete si, sobre las bases, se supone la existencia de una densidad de polos magnéticos igual a $\pm \vec{M}$.

2.9.1. Circuitos magnéticos. La figura 37 presenta un núcleo ferromagnético sobre el que se bobinan N vueltas de un hilo por el que circula una corriente I . Se desea calcular el flujo magnético Φ en cierta sección transversal del núcleo.

En ausencia de material ferromagnético, las líneas de $\vec{B}$ tienen la forma que se indica en la figura 37. A primera vista, cabe esperar que el B dentro del núcleo sea mucho mayor cerca del arrollamiento que en el lado opuesto. Sin embargo no es así, pues el B es del mismo orden de magnitud en todos los puntos interiores del material ferromagnético.

Este hecho se puede explicar como sigue. La inducción magnética debida a la corriente I magnetiza el núcleo en la región próxima a la espira. Esta magnetización produce corrientes de ampere que aumentan B y, además, lo transmiten por el núcleo. El proceso continua hasta que las líneas de B se extienden a todo el núcleo.

Figura 37. Toroide ferromagnético con un arrollamiento concentrado. [1].



No obstante algunas líneas de B cruzan el aire y después regresan al núcleo para pasar nuevamente a través de la bobina. Esta parte constituye el flujo de dispersión que puede, o no, ser despreciable. Por ejemplo, si el toroide está formado por un hilo de hierro delgado y largo, el flujo en P es despreciable comparado con su valor cerca de la bobina.

Suponiendo que la sección transversal del toroide es suficientemente grande para hacer despreciable el flujo de dispersión. Entonces aplicando la ley de circulación de Ampere, a un recorrido circular de radio r en el interior del toroide, resulta:

$$\oint H \cdot dl = NI \quad (97)$$

$$2\pi r \frac{B}{\mu} = NI \quad (98)$$

$$B = \frac{\mu NI}{2\pi r} \quad (99)$$

Si se toma R_1 como el radio correspondiente al valor medio de B y R_2 como el radio interno del toroide, entonces:

$$\Phi = \frac{\mu \pi R_2^2}{2\pi R_1} NI \quad (100)$$

El flujo a través del núcleo es, por lo tanto, el mismo que si tuviera una bobina toroidal del mismo tamaño y si el número de amperios-vuelta se aumentase por un factor μ_r . En otras palabras, por cada Ampere-vuelta en la bobina existen $\mu_r - 1$ Amperios-vuelta en el núcleo. Este factor de ampliación puede ser tan grande como 10^5 , e incluso mayor.

Esta ecuación indica que el flujo magnético esta dado por la fuerza magnetomotriz NI multiplicada por el factor.

$$\frac{\mu \pi R_2^2}{2\pi R_1} \quad (101)$$

Que se llama la permeancia del circuito magnético. Su inversa se conoce como la reluctancia. Por tanto:

$$\text{Flujo magnético} = \text{permeancia} \times \text{fuerza magnetomotriz} \quad (102)$$

$$= \frac{\text{Fuerza Magnetomotriz}}{\text{Reluctancia}} \quad (103)$$

La analogía con la ley de Ohm es obvia: si se induce una fuerza electromotriz en el núcleo, la corriente debe ser:

$$I = \frac{\sigma \pi R_2^2}{2\pi R_1} V \quad (104)$$

Por lo tanto, las magnitudes correspondientes en circuitos eléctricos y magnéticos son:

Corriente I	Flujo magnético Φ
Densidad de corriente D	Inducción Magnética B
Conductividad σ	Permeabilidad μ
Fuerza electromotriz	Fuerza magnetomotriz
Intensidad de campo eléctrico E	Intensidad del campo Magnético H
Conductancia	Permeancia
Resistencia	Reluctancia

Existe una importante diferencia entre los circuitos magnéticos y eléctricos: no se puede concentrar el flujo magnético como lo hace una corriente circular por un hilo de conductor. El circuito magnético se comporta como un circuito eléctrico que estuviese sumergido en agua salada: parte del la corriente circularía por los componentes y el resto lo haría por el agua.

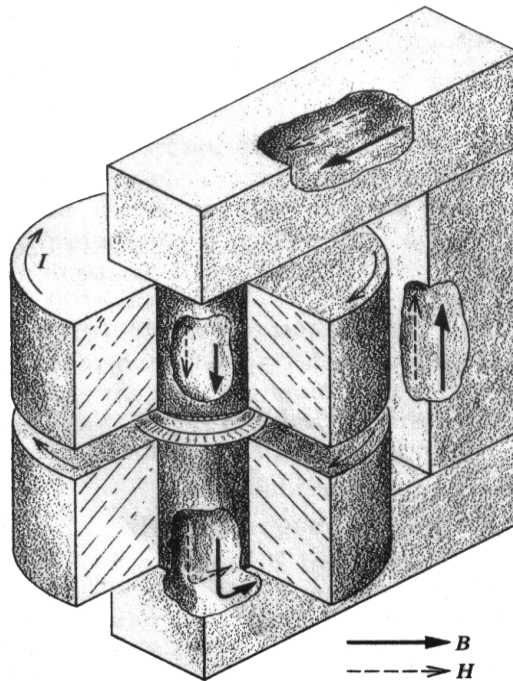
Si un circuito magnético no está adecuadamente diseñado, el flujo de dispersión puede fácilmente ser de un orden de magnitud mayor que el que circula por el circuito.

2.9.1.1. Circuito magnético con entrehierro de aire. La figura 38 muestra un circuito con un entrehierro de aire de sección transversal diferente a la del núcleo del hierro dulce. Cada devanado tienen $NI/2$ Amperios vuelta.

Se verá que el flujo magnético en el entrehierro es igual a la fuerza magnetomotriz NI dividida por la suma de las reluctancias del núcleo de hierro y del entrehierro de aire.

Esta es una ley general: *En un circuito magnético, las reluctancias, o sus inversas, se suman de la misma forma que las resistencias, en un circuito eléctrico.*

Figura 38. Electroimán. [1].



Se realiza la suposición de que los flujos de dispersión son despreciables. Como se verá esta hipótesis puede implicar un gran error.

Aplicando al circuito otra vez la ley de circulación de Ampere vemos que:

$$NI = H_i L_i + H_g L_g \approx H_g L_g \quad (105)$$

Donde el subíndice i se refiere al núcleo de hierro y g al entrehierro.

Para que la reluctancia del núcleo sea mucho menor que la del entrehierro se necesita que $H_i L_i \ll H_g L_g$. La longitud L_i en el hierro se puede tomar como el valor medido a lo largo del centro de la sección transversal del núcleo.

Ahora bien, según la ecuación 38. El flujo neto hacia el exterior de $\mathbf{B}$ a través de cualquier superficie cerrada debe ser igual a cero. Esto es consecuencia de que $\nabla \cdot \mathbf{B}$ siempre es nula; como bien se sabe, esta es una de las ecuaciones de Maxwell. Por lo tanto, si se desprecian los flujos de dispersión, el flujo de $\mathbf{B}$ debe ser el mismo en cualquier sección del circuito magnético y

$$B_i A_i = B_g A_g \quad (106)$$

Donde A_i y A_g son, respectivamente, las secciones transversales del núcleo de hierro y del entrehierro de aire.

Combinando estas dos ecuaciones resulta:

$$B_g A_g \left[\frac{L_i}{\mu A_i} + \frac{L_g}{\mu_0 A_g} \right] = NI \quad (107)$$

Y el flujo magnético es:

$$\Phi = B_g A_g = \frac{NI}{\frac{L_i}{\mu A_i} + \frac{L_g}{\mu_0 A_g}} \approx \frac{NI \mu_0 A_g}{L_g} \quad (108)$$

Se tiene, pues, dos reluctancias en serie, $L_i / \mu A_i$ en el núcleo y $L_g / \mu_0 A_g$ en el entrehierro.

Por haber despreciado los flujos de dispersión, esta ecuación solo puede servir para darnos un límite superior para Φ .

EJEMPLO

Si tenemos un total del 10000 vueltas en los dos arroyamientos, y si $I = 1.00$ Amperios, $A_i = 100$ centímetros², $A_g = 50$ centímetros², $\mu_r = 1000$, $L_i = 90.0$ centímetros, $L_g = 1.0$ centímetros, entonces:

$$\Phi = \frac{10^4}{\frac{0.9}{10^3 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 10^{-2}} + \frac{10^{-2}}{5 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 10^{-3}}}$$

$$= 6.3 \times 10^{-3} \text{ Webers},$$

$$B = \frac{6.3 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-3}} = 1.3 \text{ Wb/m}^2$$

$$L = \frac{6.3 \times 10^{-3} \times 10^{-4}}{1.00} = 63 \text{ H}$$

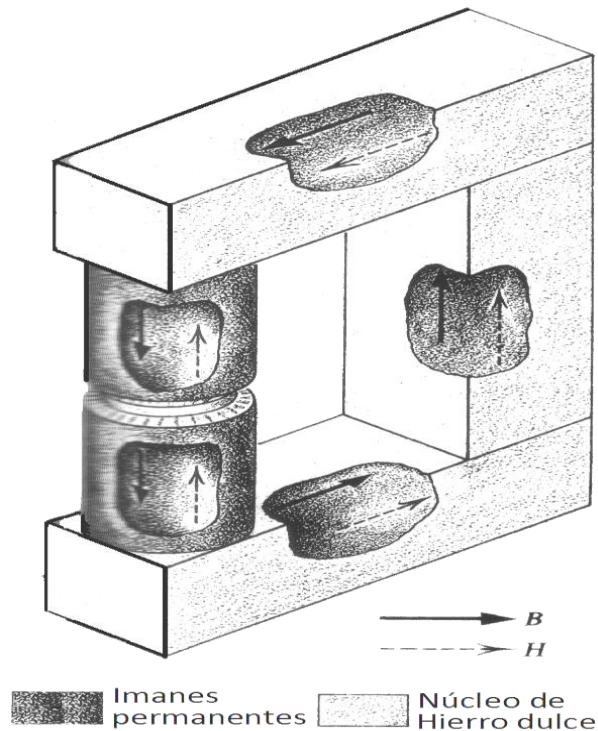
Y la energía almacenada es:

$$\frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2} \times 63 \times 1.00 = 32 \text{ Julios}.$$

En este caso particular, el flujo de dispersión es el 70% del flujo en el entrehierro. En otras palabras, la inducción magnética en el entrehierro no es 1.3 W/m^2 si no solamente $1.3/1.7=0.77 \text{ W/m}^2$.

2.9.1.2. Circuito magnético con imán permanente. La figura 39 muestra un circuito magnético similar al de la figura 38. Con la diferencia que ahora los dos arroyamientos y parte del núcleo se han sustituido por imanes permanentes. Veamos cómo se puede calcular el flujo magnético. Se desprecian los flujos de dispersión.

Figura 39. Circuito magnético formado por un par de imanes permanentes. [1].



Los vectores $\vec{B}$ y $\vec{H}$ llevan la dirección que se muestra en la figura. En el núcleo de hierro dulce y en las piezas polares, $\vec{B}$ y $\vec{H}$ tienen el mismo sentido y el punto de trabajo en la curva de histéresis está situado en el primer cuadrante. En el entrehierro, $\vec{H} = \vec{B}/\mu_o$, y los dos vectores tienen también el mismo sentido. El punto de trabajo de los imanes permanentes está en el segundo cuadrante de la curva de histéresis y los vectores $\vec{B}$ y $\vec{H}$ tienen sentidos opuestos.

Este es un buen ejemplo del hecho de que el flujo de $\vec{H}$ sobre una superficie cerrada no es necesariamente igual a cero. En realidad, los polos de los imanes permanentes actúan como fuentes o sumideros de $\vec{H}$. Por ejemplo la base inferior del imán superior actúa como una fuente de $\vec{H}$, mientras que su base superior lo hace como un sumidero de $\vec{H}$.

Para calcular el flujo magnético podemos emplear la anulación de la integral curvilínea de $\vec{H} \cdot d\vec{l}$ a lo largo del circuito, dado que no existen corrientes libres ni corrientes de desplazamiento. Entonces,

$$0 = H_i L_i + H_g L_g - H_m L_m \quad (109)$$

$$H_m L_m = H_i L_i + H_g L_g \approx H_g L_g \quad (110)$$

Donde los subíndices i, g, m se refieren, respectivamente al hierro dulce, entrehierro y los imanes permanentes. Si la reluctancia del hierro es mucho menor que la del entrehierro, la fuerza magnetomotriz $H_i L_i$ es nuevamente despreciable. Por otra parte, si el flujo de dispersión es despreciable, Φ es el mismo en cualquier sección transversal y

$$B_i A_i = B_g A_g = B_m A_m \quad (111)$$

Estas dos ecuaciones son semejantes a las ecuaciones (105) y (106) apareciendo ahora NI sustituido por $H_m L_m$, por tanto:

$$\Phi = \frac{H_m L_m}{\frac{L_i}{\mu A_i} + \frac{L_g}{\mu_o A_g}} \quad (112)$$

Hay que recordar que L_i es la longitud del recorrido en el núcleo de hierro dulce solamente, y que la distancia total a lo largo del circuito es $L_i + L_g + L_m$.

El diseño de un circuito con imán permanente resulta complicado por el hecho de la posición del punto de trabajo en la curva de histéresis y por lo tanto el valor de H_m depende de la reluctancia del circuito magnético.

Como regla practica, se intenta emplear un punto de trabajo que hace máximo el producto energía $B_m H_m$. La razón de esta elección es la siguiente. La utilidad de

un circuito magnético es el producir un campo magnético en el entrehierro, y la energía que se necesita es el volumen de éste, $A_g L_g$, multiplicando por la densidad de energía $\frac{1}{2} \mu_o B_g^2$.

$$\frac{1}{2\mu_o} A_g L_g B_g^2 = \frac{1}{2} (A_g B_g) (H_g L_g) \quad (113)$$

$$\approx \frac{1}{2} (A_m B_m) (H_m L_m) = \frac{1}{2} (H_m B_m) (A_m L_m) \quad (114)$$

La energía magnética en el entrehierro es, por tanto, igual a la mitad del producto energía multiplicado por el volumen del imán permanente. Por razones de economía, tamaño y peso, se necesita que el volumen $A_m L_m$ sea lo menor posible. De aquí que el punto de trabajo de la curva de histéresis se elige tal que se máximo el producto $H_m B_m$.

2.10. CONCLUSIONES

- En la teoría electromagnética clásica la magnetización de los materiales magnéticos se explica por medio de la introducción de corrientes atómicas denominadas *corrientes ligadas o de ampere*.
- La cuantificación de los campos asociados a la magnetización de los materiales magnéticos es empírico en gran parte. Por lo tanto, se puede decir que en la teoría electromagnética **no existe** un procedimiento teórico que permita cuantificar de manera adecuada el valor de la remanencia.
- Si se conoce la magnetización M , se pueden encontrar las densidades de corriente equivalentes que permiten calcular B como si estuviera en el vacío.
- La importancia del vector $\vec{M}$ radica en que con este se explica física y matemáticamente la presencia de densidades de flujo magnético en intensidades de campo nulas, por ejemplo, en los materiales ferromagnéticos explica la presencia de flujo remanente.
- El vector potencial $\vec{A}$ es simplemente una herramienta matemática que facilita el cálculo de densidades de flujo en geometrías complejas. Es importante tener en cuenta que $\vec{A}$ **no** se puede determinar mediante experimentación
- En campos magnéticos que alternan con el tiempo la densidad de flujo residual es la causante de las pérdidas por histéresis en los núcleos ferromagnéticos.
- Se establece una corriente de conducción que produce el mismo efecto de las corrientes atómicas, es decir, las corrientes debidas al espín y orbitales del electrón.

2.11. BIBLIOGRAFÍA

- [1]. CORSON, Dale, LORRAIN, Paul. Campos y ondas electromagnéticas. 3 ed. New York W. H. Freeman and Company, 1988.

- [2]. HAYT. WILLIAM. Engineering Electromagnetics. 6 ed. San Francisco: Mc Graw Hill, 2002. 597 p.

- [3]. BOZORTH, Richard. Ferromagnetism. 2 ed. Wiley, 1993. 992 p.

- [4]. MATVEEV A.N. Electricidad y Magnetismo. Moscú: Editorial MIR, 1988.

- [5]. SADUKI Matthew. Elements of Electromagnetics. Oxford University Press, 2001.

- [6]. GOURISHANKAR, Vembo. Conversión de energía electromecánica. México: Editorial Limusa, 1979.

- [7]. CORRALES MARTÍN, Juan. Cálculo industrial de máquinas eléctricas I. 1 ed. Barcelona: Marcombo, 1982.

3. MAGNETISMO RESIDUAL.

3.1. INTRODUCCIÓN.

Las máquinas eléctricas son fabricadas con materiales ferromagnéticos debido a que con estos se obtienen altas densidades de flujo con un gasto mínimo de energía. Es por ello, que para obtener un óptimo funcionamiento en estas máquinas surge la necesidad de comprender las propiedades de estos materiales.

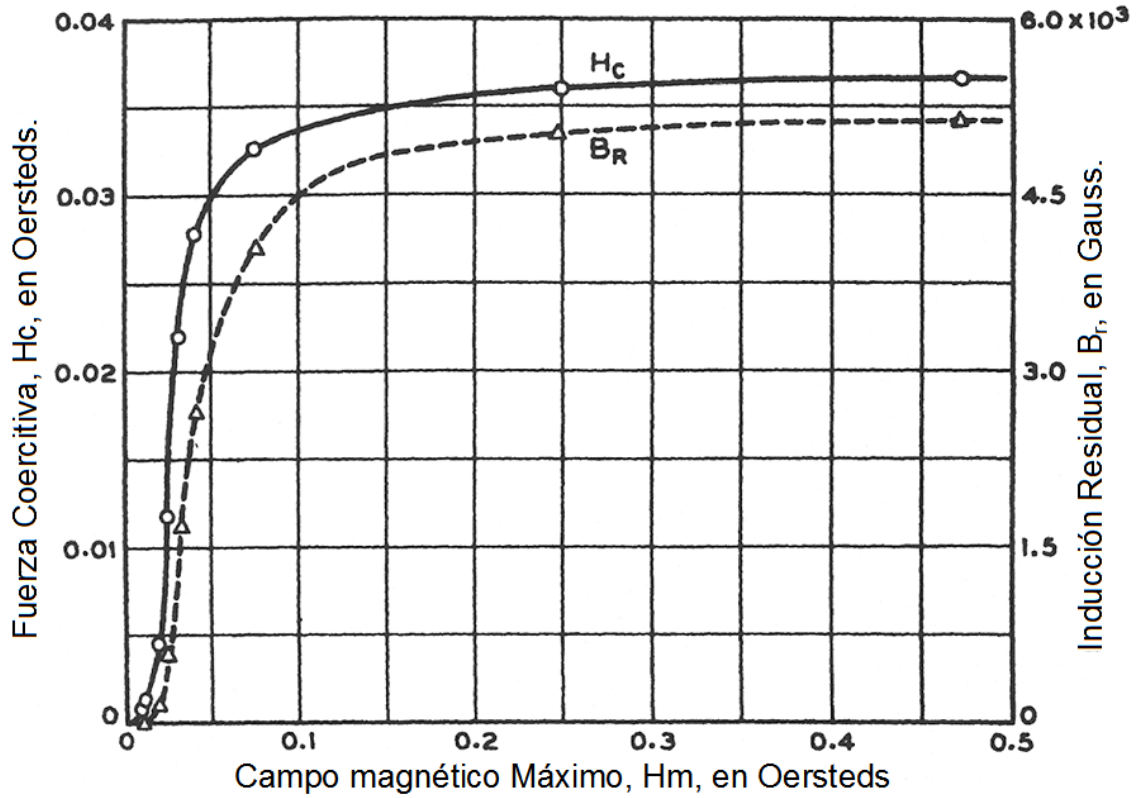
Una de las principales propiedades de los materiales ferromagnéticos es la de tener densidad de flujo diferente de cero en ausencia del campo magnético exterior.

Es por lo anterior, que en este capítulo se identifican los principales parámetros y variables de las transformador que influyen en la magnitud de la remanencia y la densidad de flujo residual, para así, poder proporcionar al ingeniero una herramienta que le permita realizar su labor de una manera más adecuada. Por ejemplo, la remanencia influye en la corriente de conexión o corriente inrush de los transformadores, la cual debido a la presencia de la remanencia puede alcanzar altas magnitudes que pueden causar su desconexión del sistema interconectado.

3.2. FUERZA COERCITIVA E INDUCCIÓN RESIDUAL.

En campos débiles, tanto la fuerza coercitiva y la inducción residual son proporcionales al cuadrado de la intensidad de campo máximo H_m^2 . En los campos fuertes estos valores se aproximan a los valores límites llamados coercitividad y retentividad, respectivamente. Las curvas H_c vs H_m y B_r vs H_m se asemeja en cierta medida a la curva de magnetización, como lo demuestran los datos del 4-79 molibdeno Permalloy representados en la figura 40; se diferencian de la curva de magnetización en que empiezan desde el origen con pendiente cero.

Figura 40. Dependencia de la Fuerza coercitiva y la inducción residual del valor máximo de campo magnético. [1].



Las partes superiores de las curvas son bien representadas por las siguientes ecuaciones:

$$\frac{H_m}{H_c} = c_1 + c_2 H_m \quad (115)$$

$$\frac{H_m}{B_r} = d_1 + d_2 H_m \quad (116)$$

en donde c_1 , c_2 , d_1 , y d_2 son constantes, c_2 y d_2 son los inversos de la coercitividad y retentividad, respectivamente. Estas relaciones pueden ser utilizadas para una interpolación y extrapolación limitada.

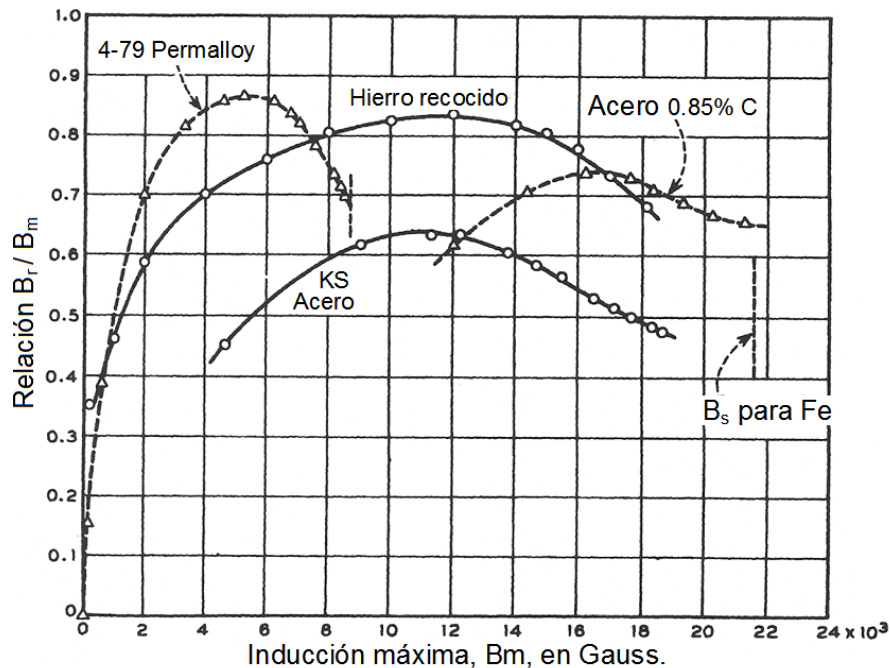
Los valores de c_1 y de la coercitividad $H_{c\infty} = 1/c_2$ figuran en la tabla 8 para cuatro materiales que tienen diferentes coercitivities. La ecuación que relaciona H_c con H_m requiere que, cuando la fuerza coercitiva H_c es del 95% de la coercitividad $H_{c\infty}$, el valor de H_c es de aproximadamente $20c_1 H_{c\infty}$.

Tabla 8. Valores de las constantes c_1 y c_2 para distintos materiales. [1].

Material	c_1	$1/c_2 = H_{c\infty}$	$0.95 H_{c\infty}$
Molibdeno Permalloy	0.3	0.037	0.2
Hierro	0.25	0.73	3.7
Acero suave	0.28	4.1	23.00
Acero Honda	0.4	220.0	1750.0

Aunque B_r aumenta continuamente con el aumento en H_m , la relación B_r / B_m pasa por un máximo y luego desciende a su valor límite para grandes valores de H_m . Por lo tanto se puede decir que la inducción residual se aproxima a su límite más rápidamente que lo que la inducción normal se acerca a B_s (inducción de saturación). Los datos para varios materiales son mostrados en la figura 41.

Figura 41. Relación de inducción residual e inducción máxima vs inducción máxima. [1].



La retentividad puede variar a lo largo de amplios límites, dependiendo de varios factores, entre los que cabe mencionar la composición, fabricación, tratamiento térmico, la tensión mecánica y la temperatura.

En la tabla 9 se muestran algunos datos relevantes de los materiales que pueden ser considerados como “normales”. Es evidente que la relación entre la retentividad y la inducción de saturación, B_r/B_s , para estos materiales no varía demasiado respecto al valor de 0,5.

Tabla 9. Retentividad de varios materiales. [1].

Material	Tratamiento	B_r [Gauss]	B_s [Gauss]	B_r/B_s	Teórico B_r/B_s
Hierro	Estirado en frío.	8000 – 11000	21600	0.4 – 0.5	0.5
	Recocido.	6000 – 14000	21600	0.3 – 0.7	0.5
Níquel	Estirado en frío.	2900 – 3900	6100	0.5 – 0.65	---
	Recocido.	2000 – 4000	6100	0.3 – 0.65	0.5
Hierro al silicio 4%	Laminado en frío.	14000	20200	0.7	---
	Recocido.	6000-8000	19800	0.3 – 0.4	0.5
Permalloy	Laminado en frío.	7000	16000	0.45	0.5
	Recocido.	7500 – 9500	16000	0.45 – 0.6	0.5
Hierro al silicio 3%	Grano Orientado	15600	17000	0.917	---

Por lo general, los núcleos de los transformadores de potencia son comúnmente fabricados con alguno de los siguientes materiales:

- ✓ Acero al silicio de grano NO orientado.
- ✓ Acero al silicio de grano orientado.
- ✓ Aleaciones amorfas.

En relación con lo anterior podemos ver en la figura 42 que en los núcleos de los transformadores fabricados con acero al silicio de grano orientado se tendrá, para un H dado, una mayor inducción residual y una mayor relación B_r/B_s que en los núcleos fabricados con acero al silicio de grano NO orientado.

Los núcleos amorfos de transformador tienen una mayor relación B_r/B_s que los núcleos de acero al silicio de grano orientado, tal como se muestra en la figura 43.

Figura 42. Ciclos de Histéresis del acero al silicio de grano orientado y NO orientado. [1].

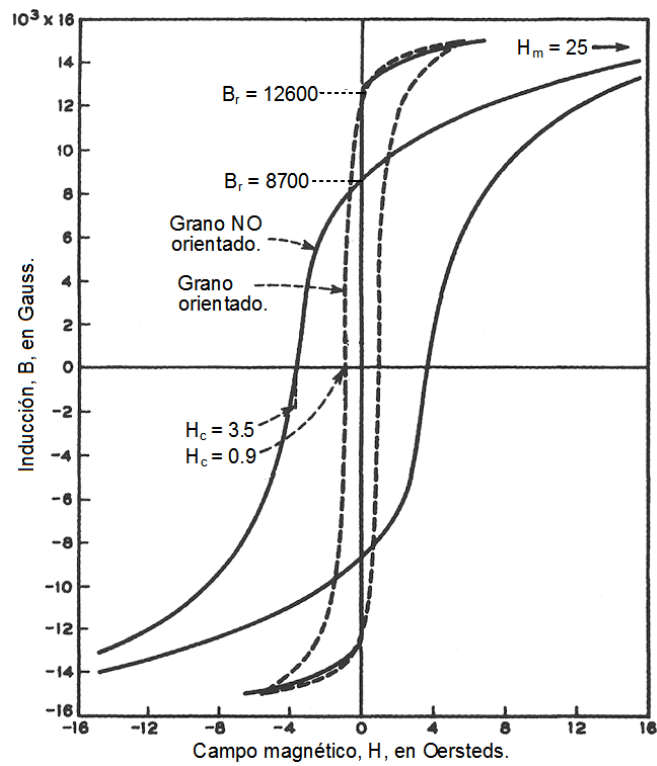
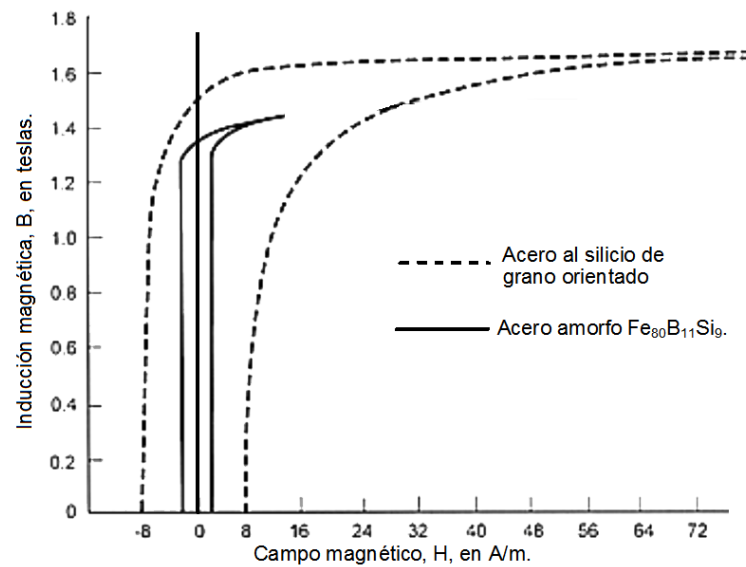


Figura 43. Ciclos de Histéresis del acero al silicio de grano orientado y acero amorfo. [1].



3.3. EFECTO DE LA TEMPERATURA SOBRE LA INDUCCIÓN RESIDUAL

El efecto de la temperatura sobre la inducción y la inducción residual a altas intensidad de campo fue determinado con precisión por Hegg en 1910. El cambio de B_s vs temperatura ambiente está representado por la ley de $T^{3/2}$ o T^2 , por ejemplo,

$$B_s = B_0(1 - CT^2) \quad (117)$$

en donde B_0 es la inducción de saturación del Hierro a 0°K, y T es la temperatura absoluta. En 1910, también, las curvas de magnetización se registraron a diferentes temperaturas por Terry para muestras de Hierro electrolítico de alta pureza recocido a 800°C.

A pesar de que la permeabilidad máxima de la muestra es baja en comparación con los actuales materiales, probablemente debido a la baja temperatura de recocido, sus curvas de magnetización, y los datos que muestran la permeabilidad y otras propiedades respecto a la temperatura son los mejores disponibles en la actualidad (ver figura 44, 45 y 46).

Figura 44. Variación de algunas propiedades del hierro con la temperatura. El material fue recocido a 800°C. [1].

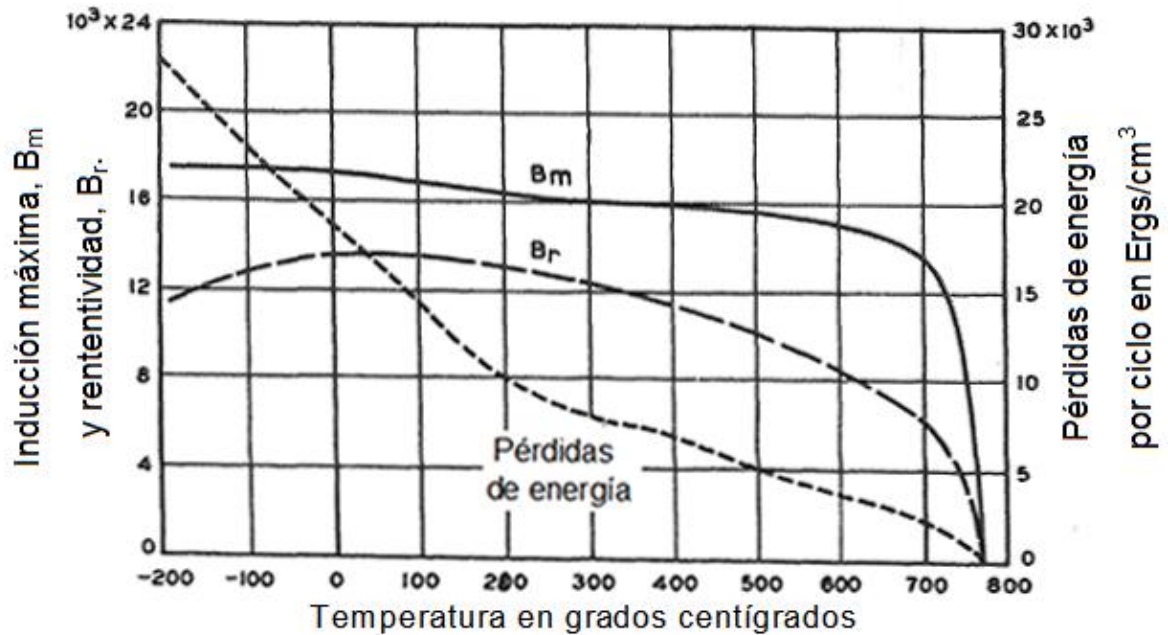


Figura 45. Variación de algunas propiedades del hierro con la temperatura. El material fue recocido a 800°C. [1].

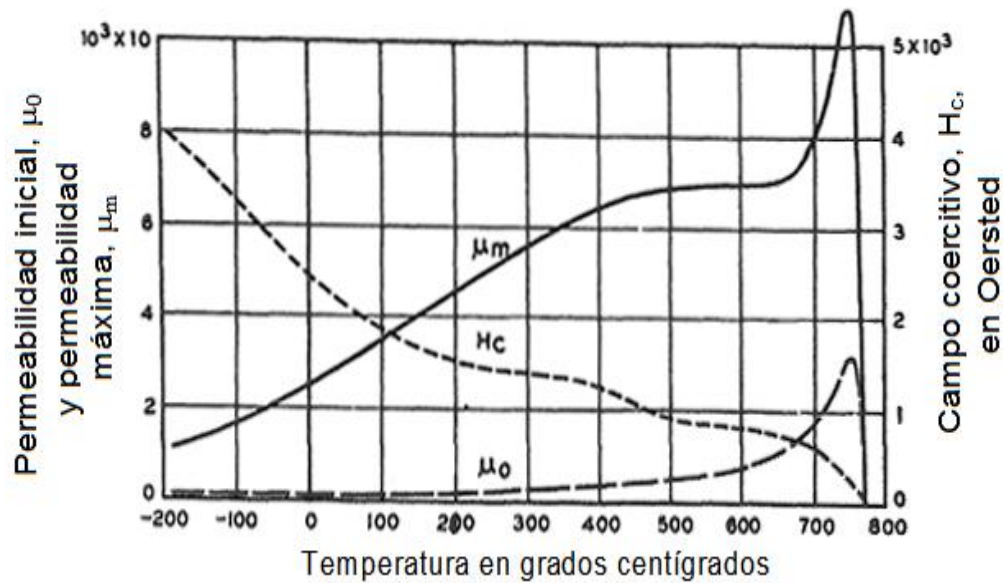
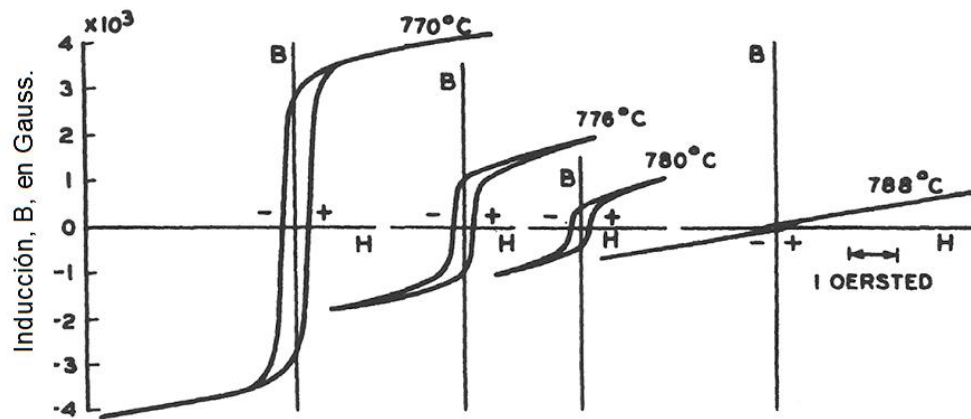


Figura 46. Ciclo de histéresis del hierro a temperaturas cercanas al punto de Curie. [1].

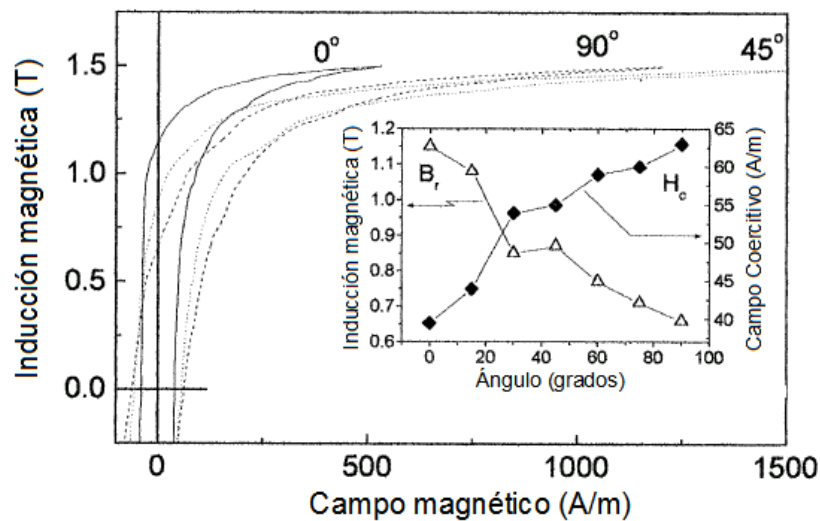


3.4. EFECTO DEL ÁNGULO SOBRE LA INDUCCIÓN RESIDUAL

Un factor que afecta considerablemente la inducción residual es el ángulo entre el campo magnético aplicado y la dirección de laminación del acero. El campo coercitivo generalmente se incrementa con el aumento del ángulo de 0° a 90°, acompañado de un decremento de la inducción residual. En la figura 47 se

presenta la dependencia de la inducción residual del ángulo entre el campo aplicado y la dirección de laminación del acero electrotécnico NO orientado con 2%Si, un espesor de 0.48mm, resistividad de $0.38\mu\Omega\cdot m$ y un tamaño del grano de $60\mu m$.

Figura 47. Inducción residual y remanencia vs ángulo entre el campo aplicado y la dirección de laminación del acero. [6].



3.5. EFECTO DEL ENVEJECIMIENTO SOBRE LA INDUCCIÓN RESIDUAL

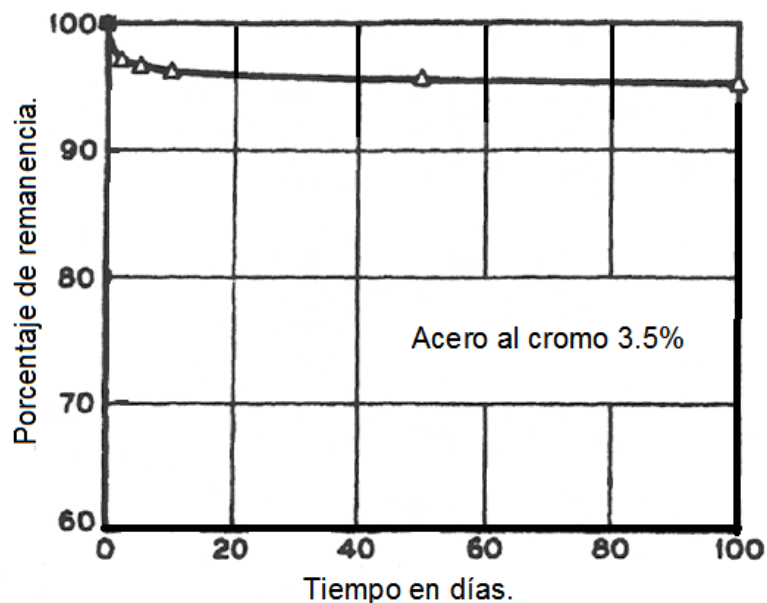
Una cantidad sustancial de envejecimiento puede ocurrir en las chapas de acero con bajo contenido de silicio, y de manera general, en cualquier aleación de acero comercial puede ocurrir un envejecimiento perceptible si existe una cierta proporción de impurezas. Envejecimiento se traduce para este caso en un cambio en la permeabilidad o en las pérdidas en el núcleo con tiempo, y por lo general este cambio es un deterioro. La prueba estándar para determinar el envejecimiento consiste en mantener la muestra a $100^{\circ}C$ durante 600 horas. El comportamiento de las aleaciones con un contenido dado de silicio puede ser errático debido a la variabilidad de la cantidad de impurezas que estas contienen, pero las pérdidas en las aleaciones que contienen entre 0.5 y 1% de silicio pueden incrementarse entre 50 y 20%, respectivamente. Las aleaciones con un contenido de silicio de 1.05% se les considera sin envejecimiento, sin embargo, un

incremento en las pérdidas de 5 a 10% con el tiempo es bastante común en los aceros comerciales.

Los cambios en las propiedades magnéticas debido al envejecimiento son atribuidas a la precipitación lenta de unas impurezas, como el carburo o el nitruro, y en el hierro existe una buena evidencia que el nitruro es una impureza activa a 100°C. A temperatura ambiente estos cambios ocurren a diferentes velocidades; a veces ocurren a velocidades mensurables y algunas veces estos cambios son tan lentos que son indetectables.

El efecto del envejecimiento en la remanencia en el acero al cromo⁴ es presentado en la figura 48. El cambio del flujo remanente es una función exponencial en el tiempo.

Figura 48. Disminución de la inducción remanente del acero al cromo. [1].



3.6. ENTREHIERROS.

Cuando un circuito ferromagnético contiene un entrehierro de aire, máquinas rotativas por ejemplo, se produce un cambio en la curva de magnetización del material como se muestra en la figura 50. A este cambio se le puede asociar un

⁴ Acero al cromo: $B_r=9700$ Gauss y $H_c=65$ Oersteds.

factor de desmagnetización el cual está asociado directamente a la longitud del entrehierro.

Figura 49. Circuito ferromagnético con entrehierro de aire. [1].

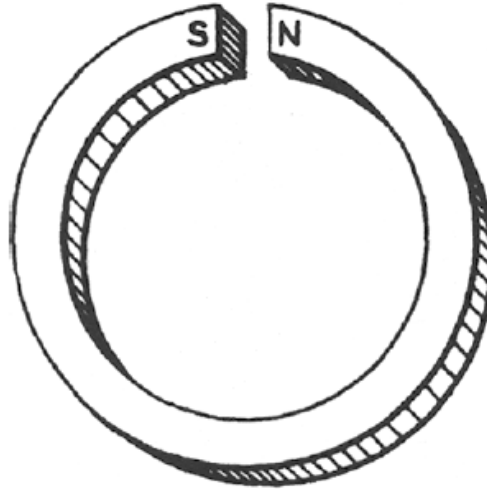
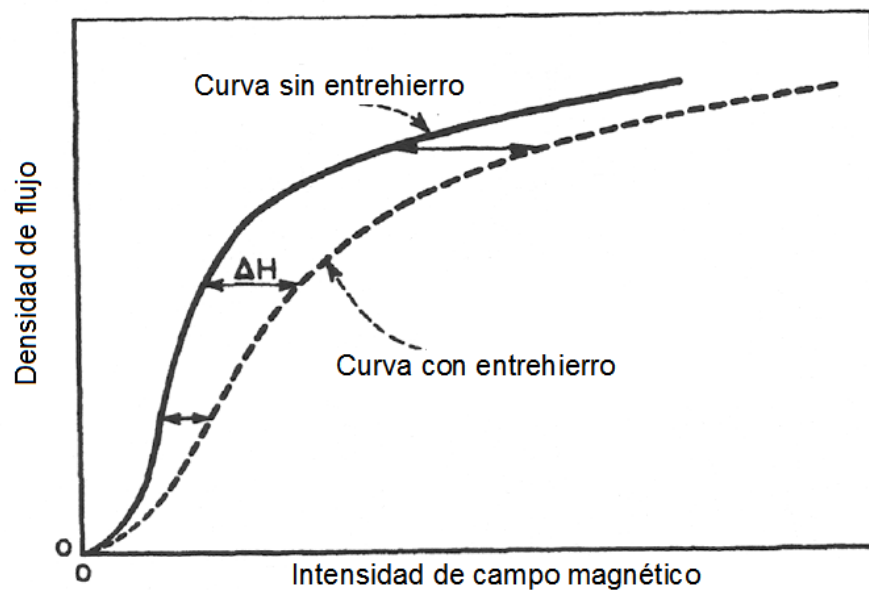


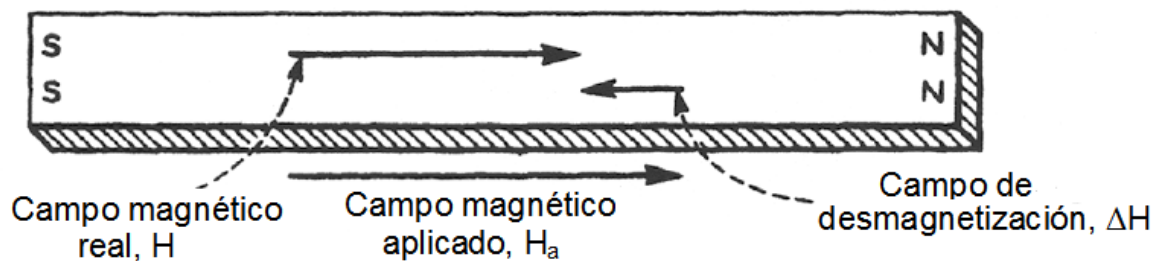
Figura 50. Curva de magnetización con y sin entrehierro. [1].



En la figura 51 se pueden apreciar los vectores de intensidad de campo en el interior de un circuito ferromagnético con presencia de entrehierro. El campo magnético real H se refiere a la intensidad de campo que se necesitaría para

producir, en el circuito ferromagnético sin presencia de entrehierro, la misma inducción magnética B que produciría el campo magnético aplicado H_a en el mismo circuito ferromagnético pero con la presencia del entrehierro.

Figura 51. Vectores de intensidad de campo. [1].



De lo anterior, se infiere que en los circuitos ferromagnéticos con presencia de entrehierros se tendrán menores niveles de densidad de flujo residual y remanencia en comparación con estos circuitos sin el entrehierro. Esta reducción es proporcional a la longitud del entrehierro, es decir, a mayor longitud menor densidad de flujo residual y remanencia.

3.7. PROCESO DE DESMAGNETIZACIÓN DE ESTRUCTURAS FERROMAGNÉTICAS.

Como se ha visto a través de este documento la inducción residual es una propiedad intrínseca de los materiales ferromagnéticos, en otras palabras, en los materiales ferromagnéticos siempre se tendrá que convivir con la inducción residual.

Debido a lo anterior, surge en algunos casos especiales la necesidad de desmagnetizar los núcleos ferromagnéticos.

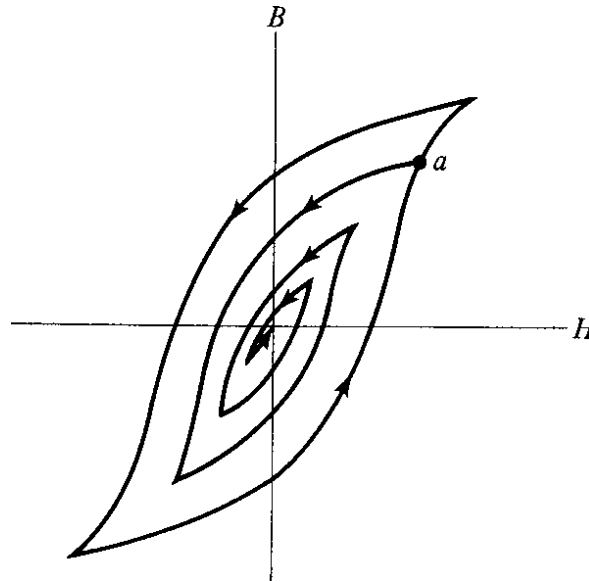
La desmagnetización consiste básicamente en disminuir al máximo el valor de la remanencia.

Algunos de los procesos de desmagnetización son:

3.7.1. Desmagnetización térmica. Es el procedimiento menos utilizado y consiste básicamente en elevar la temperatura de la estructura ferromagnética a un punto superior al de Curie.

3.7.2. Desmagnetización cíclica. Consiste en someter al núcleo ferromagnético a un campo magnético alternativo al cual se le reduce lentamente su amplitud. De esta manera la densidad de flujo B es forzada a seguir lazos más y más pequeños hasta que llega a valores cercanos al origen (ver figura 52).

Figura 52. Desmagnetización cíclica. [7].



3.8. OBTENCIÓN DE LA CURVA DE HISTÉRESIS POR MEDIO DE GAUSSÍMETRO F.W, BELL 5170 CON SONDA TRANSVERSAL Y UNA FUENTE DE C.C.

Esta prueba se realizó conjuntamente en el laboratorio de Máquinas Eléctricas y de Alta Tensión de la Universidad del Valle con el objetivo de comprobar el proceso de desmagnetización cíclica y de obtener la gráfica de la curva de histéresis de manera práctica para transformadores.

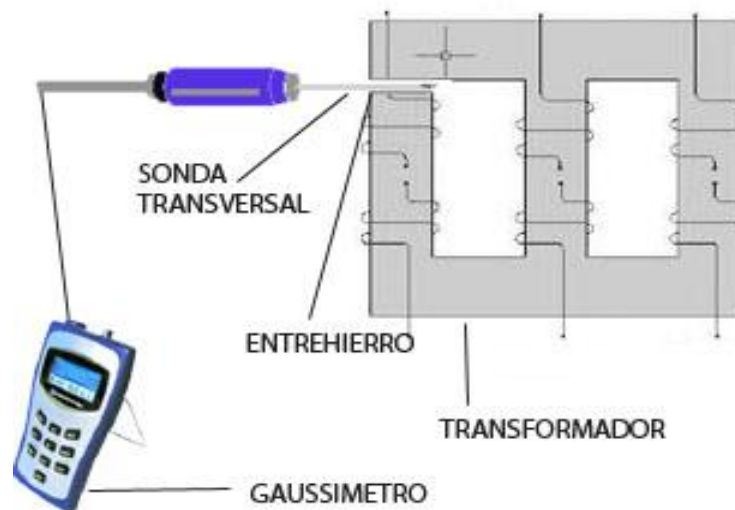
3.8.1. Equipos a Utilizar.

- ✓ Máquina de DC.
- ✓ Voltímetro Fluke 12
- ✓ Amperímetro Extech.
- ✓ Gaussímetro F.W. BELL 5170.
- ✓ Autotransformador.

- ✓ Transformador Suntec trifásico de 75 kVA

3.8.2. Utilización del gaussímetro. Para medir la densidad de flujo en cada instante de la prueba se utiliza el medidor de densidad de flujo F.W. BELL 5170, este medidor viene con una sonda que ha de colocarse de manera tal que el flujo sea transversal a esta, para el objeto de esta prueba se abre un entrehierro en el transformador de tal manera que quede en la unión de la pierna y el yugo superior y dentro de este entrehierro se ubicará la sonda (ver figura 53).

Figura 53. Instalación del gaussímetro.



3.8.3. Desmagnetización del transformador. La primera parte de la práctica consiste en desmagnetizar el transformador con el método de desmagnetización cíclica, esto con el fin de que la remanencia no afecte la curva de histéresis y garantice empezar con un valor nulo de densidad de flujo.

Para lograr este objetivo se conecta el *variac* a las bobinas de baja tensión del transformador de prueba, este equipo denominado variac está en capacidad de suministrar al transformador desde 0-560V a 60Hz con una potencia de 34 kVA.

Una vez realizada la correcta conexión del variac se procede a llevarlo a 220V de AC con frecuencia 60 Hz con el fin de aplicar el voltaje nominal al transformador de prueba, y luego se reduce la amplitud de la señal de voltaje manteniendo la

frecuencia constante y esperando entre reducciones un tiempo de 30 segundos a un minuto aproximadamente y se toman los datos de la densidad de flujo que hay en el núcleo para cerciorarse de que este quede desmagnetizado, como se muestra en la tabla 10.

Tabla 10. Desmagnetización cíclica.

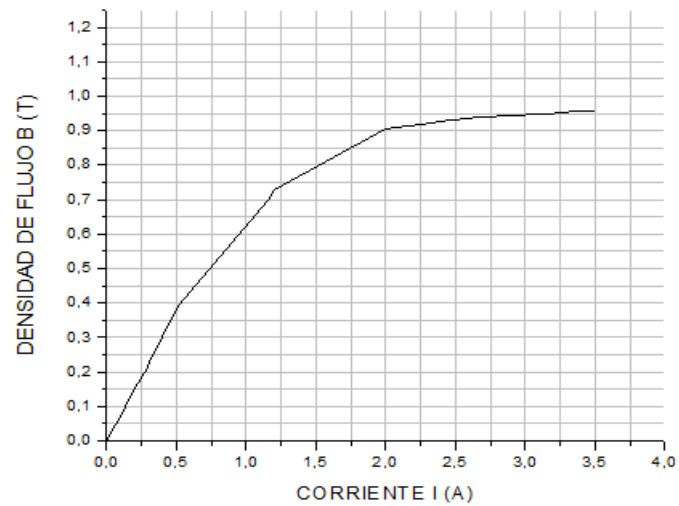
VOLTAJE rms(V)	DENSIDAD DE FLUJO B rms (kG)
220	2.2
110	1.09
53.3	0.528
26	0.26
0	0.001*

*Esta medición fue realizada en DC.

De la tabla 10 se puede concluir que el transformador ha quedado técnicamente desmagnetizado.

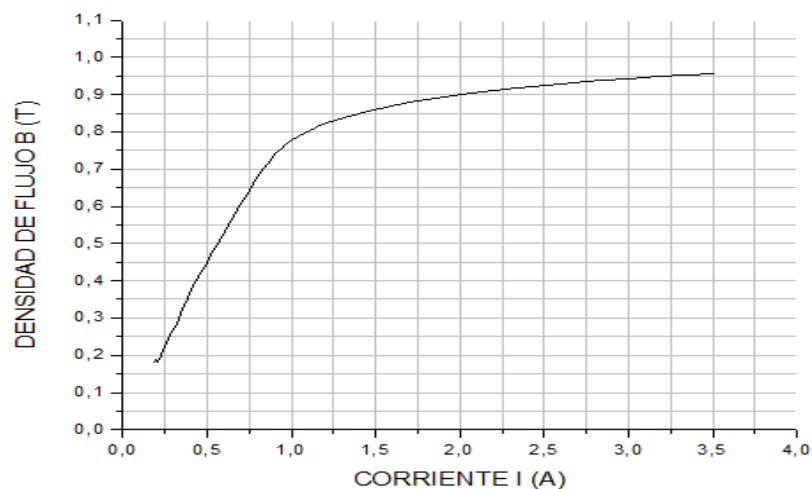
3.8.4. CURVA DE HISTÉRESIS. Para realizar la curva de histéresis se procede a aplicar al transformador una corriente continua en su bobinado de alta tensión la cual lo magnetiza, que va desde 0 y se incrementa en pequeños pasos hasta la corriente en la cual el núcleo se muestra saturado, la cual fue de 3.5 A. Con el gaussímetro se mide la densidad de flujo en el núcleo del transformador para cada escalón de corriente, de los datos obtenidos se obtuvo la figura 54.

Figura 54. Primer tramo de la curva de histéresis experimental del transformador



Posteriormente estando en el máximo de corriente es decir en 3.5 A con el núcleo saturado se procede a disminuir la amplitud de la señal de corriente, en pequeños pasos y de manera pausada hasta llevarla a cero (en la práctica se logra llevar la corriente mínimo hasta 0.19 A, debido a la remanencia del generador de DC, el cual suministró la corriente de magnetización al transformador). Durante este proceso se está midiendo la densidad de flujo en cada instante, de estos datos se obtiene el segundo tramo de la curva de histéresis (ver figura 55).

Figura 55. Segundo tramo de la curva de histéresis experimental del transformador



Una vez se han obtenido las curvas del primer y segundo tramo de la curva de histéresis se procede a invertir la polaridad de la fuente, y se repite el proceso anterior de aumento y disminución de la amplitud de la señal de corriente en pequeños pasos. Y se obtienen curvas de los tramos de la parte negativa de la curva de histéresis.

Figura 56. Tercer tramo de la curva de histéresis experimental del transformador

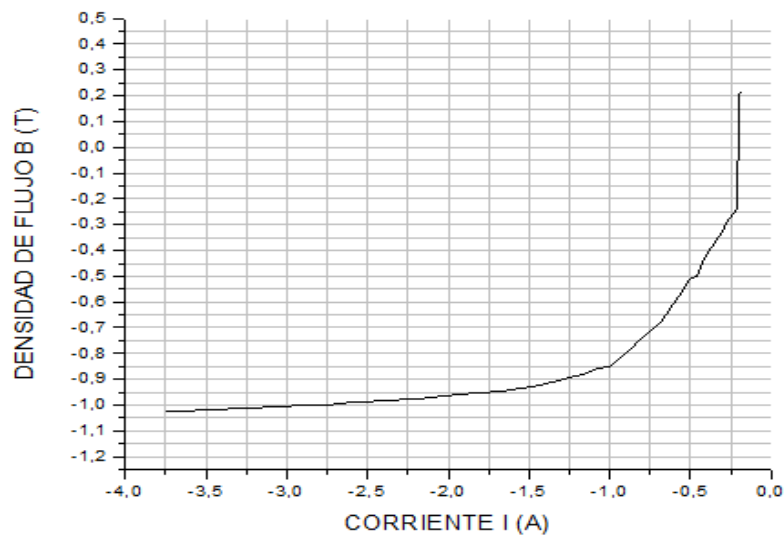
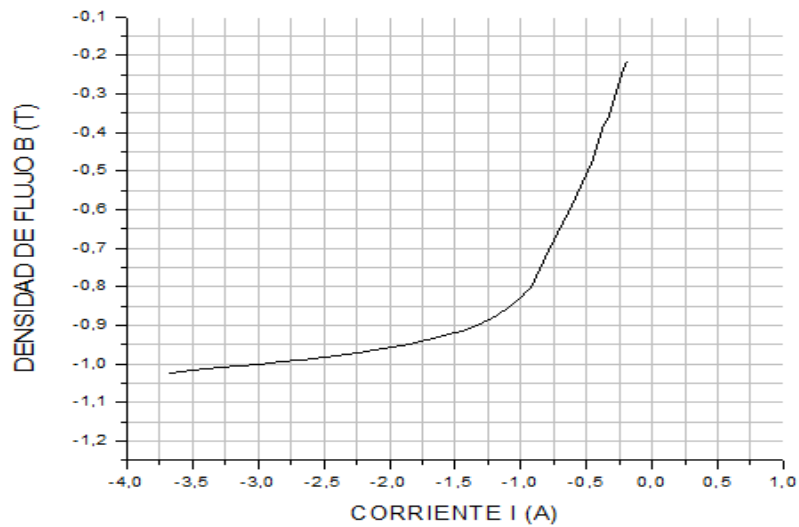
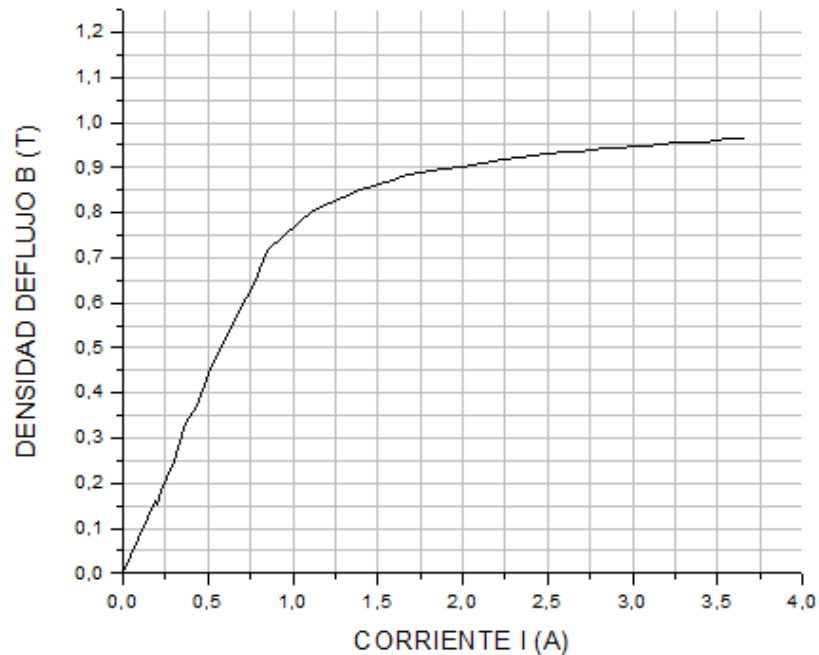


Figura 57. Cuarto tramo de la curva de histéresis experimental del transformador



Por último se invierte nuevamente la fuente, es decir que se instala en el sentido positivo y se empieza a aumentar la corriente de magnetización en pequeños pasos de manera pausada hasta llegar a la saturación de núcleo la cual se observa en el gaussímetro (ver figura 58).

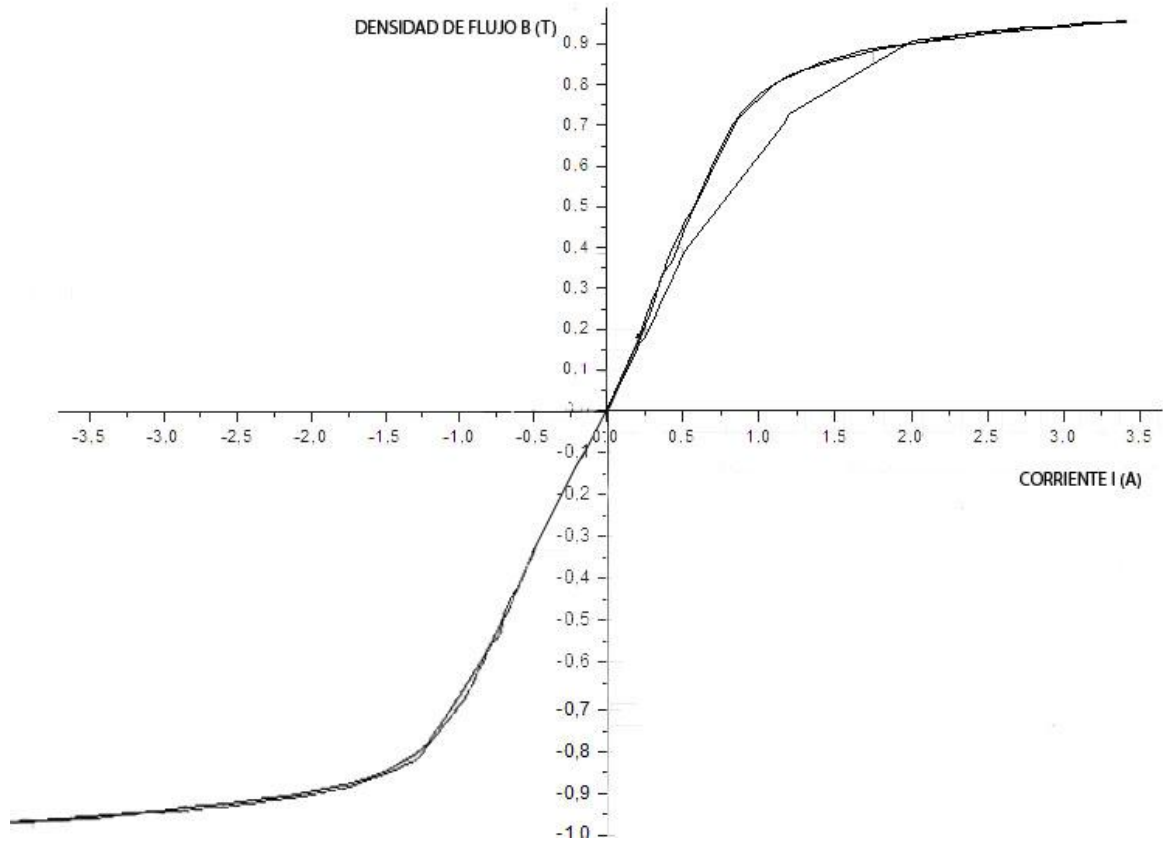
Figura 58. Quinto tramo de la curva de histéresis experimental del transformador



Una vez se ha hecho lo anterior se procede a apagar la fuente de CC bajando el voltaje muy lentamente para no producir un cambio drástico de la corriente y por lo tanto un transitorio que afecte la prueba y se mide la remanencia en el momento en que el transformador esta desconectado que para la prueba fue de 15.53mT.

A continuación se muestra la curva de histéresis completa del transformador hallada mediante la prueba, graficando en un mismo plano todos los tramos.

Figura 59. Curva de histéresis en el plano I (A) – B (T) del transformador con entrehierro.



Es notorio que la presencia del entrehierro en el núcleo del transformador produce una desmagnetización de éste, la cual se evidencia en las bajas densidades de flujo alcanzadas en la prueba.

A continuación, se calculará la inductancia del devanado de alta tensión durante el primer tramo de la curva de histéresis. Para este cálculo se supondrá que la densidad de flujo es constante en toda el área de la sección del núcleo. La inductancia es igual a:

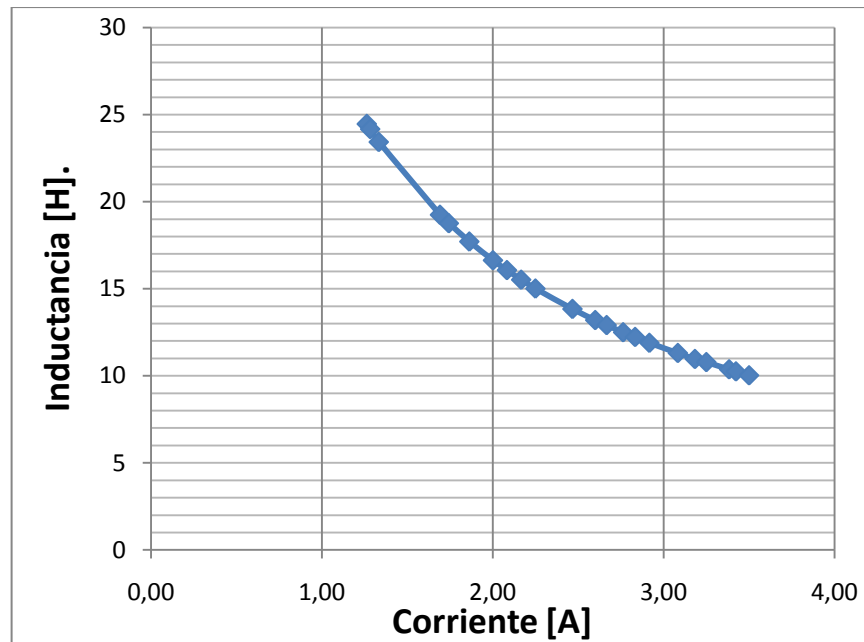
$$L = N \frac{\phi}{i} = N \frac{B * A}{i} \quad (118)$$

En el caso del lado de alta tensión del transformador objeto de la prueba $N = 3704$ espiras, la sección transversal $A = 0.009925m^2$ y $R = 60\Omega$. Por lo tanto,

$$L = 36.7622 \frac{B}{i}$$

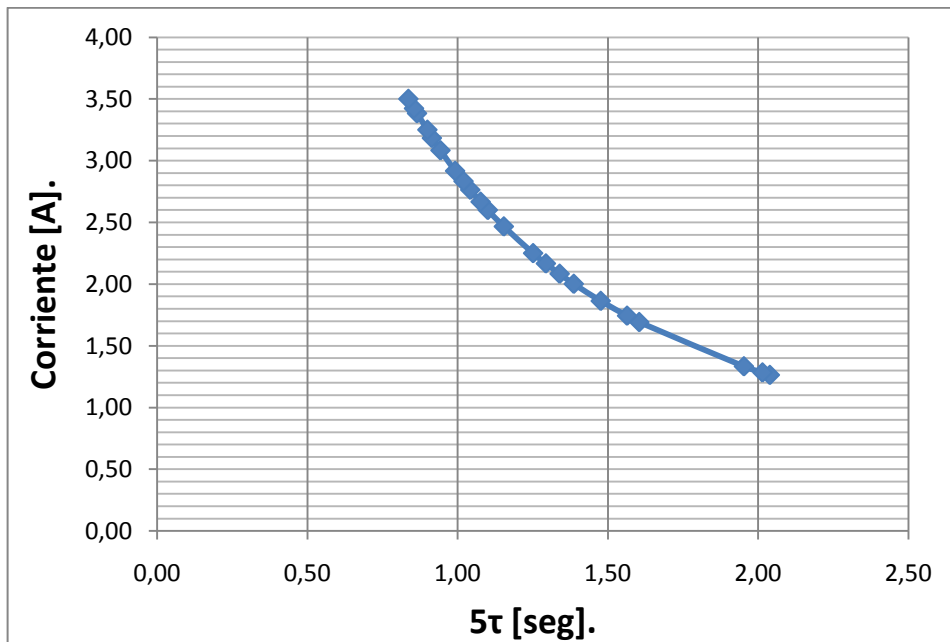
Ahora, reemplazando los valores de i y B del primer tramo del ciclo de histéresis se obtiene la gráfica de la figura 60.

Figura 60. Inductancia durante el primer tramo del ciclo de histéresis.



El tiempo que tardaría la corriente desde un valor determinado hasta 0A se muestra en la figura 61. Este tiempo es aproximadamente igual a 5τ donde $\tau = \frac{L}{R}$, Siendo R el Voltaje aplicado de DC versus la corriente cuando esa se ha estabilizado en un valor dado i .

Figura 61. Tiempo de estabilización de corriente



Es notorio que el tiempo 5τ es pequeño teniendo en cuenta que en los transformadores sin presencia de entrehierro este tiempo es del orden de 20 o más segundos.

En la actualidad existen medidores de densidad de flujo que permiten medir la densidad de flujo en los transformadores de manera directa y sin entrehierro, con lo cual se podrían tener resultados más cercanos a los fenómenos que ocurren en los transformadores reales.

3.9. CONCLUSIONES

- Los parámetros y variables del transformador que influyen en la magnitud de la remanencia son la magnitud de la onda de voltaje, la frecuencia, material del núcleo, anisotropía del material del núcleo, contenido de impurezas del material, temperatura del núcleo, tiempo de operación del transformador y la inducción máxima.
- No se pudo determinar si la forma del núcleo afecta el magnetismo remanente.
- Se comprobó en el laboratorio que la desmagnetización cíclica sí reduce la remanencia a valores muy cercanos a cero.
- Para efectos prácticos se puede considerar que la remanencia en un transformador no se ve disminuida debido al envejecimiento del material ferromagnético.
- Las estructuras ferromagnéticas con entrehierros de aire, las máquinas eléctricas rotativas por ejemplo, tienen niveles de remanencia menores que las estructuras ferromagnéticas sin entrehierro, los transformadores por ejemplo.
- Se comprobó la existencia de magnetismo residual en los transformadores, ya que este se pudo medir en el transcurso de la prueba.
- El tiempo que se espera en el proceso de desmagnetización para disminuir la tensión es el tiempo necesario para que se estabilice la corriente, este tiempo depende de la inductancia y la resistencia del devanado, lo que depende del tamaño del transformador y la masa de cobre que este tenga.

3.10. BIBLIOGRAFÍA

- [1]. BOZORTH, Richard. Ferromagnetism. 2 ed. Wiley, 1993. 992 p.

- [2]. O'HANDLEY, Robert. Modern Magnetic Materials, Principles and applications. John Wiley & Sons, 2000.

- [3]. LIU, Yi; SELLMYER, David y SHINDO, Daisuke. Handbook of Advanced Magnetic Materials. New York: Springer, 2006. 1832 p.

- [4]. WOHLFARTH, E. P. Handbook of Magnetic Materials. North-Holland Publishing Company, 1980, vol. 1. 603 p.

- [5]. WOHLFARTH, E. P. Handbook of Magnetic Materials. North-Holland Publishing Company, 1980, vol. 2. 572 p.

- [6]. EMURA, M. Angular dependence of magnetic properties of 2% silicon electrical steel. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 2001, p. 1524-1526.

- [7]. CULLITY, B. D. y GRAHAN, C. D. Introduction to magnetic materials. 2 ed. Wiley, 2009. 550 p.

4. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

4.1. CONCLUSIONES.

- No se pudo determinar si la forma del núcleo afecta el magnetismo remanente.
- Se comprobó en el laboratorio que la desmagnetización cíclica sí reduce la remanencia a valores muy cercanos a cero.
- Para efectos prácticos se puede considerar que la remanencia en un transformador no se ve disminuida debido al envejecimiento del material ferromagnético.
- Las estructuras ferromagnéticas con entrehierros de aire, las máquinas eléctricas rotativas por ejemplo, tienen niveles de remanencia menores que las estructuras ferromagnéticas sin entrehierro, los transformadores por ejemplo.
- Se comprobó la existencia de magnetismo residual en los transformadores, ya que este se pudo medir en el transcurso de la prueba.
- El tiempo que se espera en el proceso de desmagnetización para disminuir la tensión es el tiempo necesario para que se establezca la corriente, este tiempo depende de la inductancia y la resistencia del devanado, lo que depende del tamaño del transformador y la masa de cobre que este tenga.

4.2. TRABAJOS FUTUROS.

Dado a los alcances logrados en el desarrollo de este proyecto y debido a que hubo aspectos que no fueron tratados, ya que estaban fuera del alcance de los objetivos planteados, se bosquejan los siguientes trabajos futuros como complemento a este tema.

- Investigar si la forma del núcleo del transformador afecta o no a la magnitud de la remanencia.

- Realizar mediciones de densidades de flujo en los transformadores con un medidor de densidad de flujo como el MF300B de la empresa Diverse el cual permite realizar mediciones de densidad de flujo en transformadores sin necesidad tener la presencia de un entrehierro.
- Con la medición de los niveles reales de densidad de flujo presente en los transformadores determinar los parámetros reales del circuito eléctrico equivalente del transformador.
- Parametrizar la corriente inrush de los transformadores teniendo en cuenta los niveles de remanencia que se pueden presentar en los transformadores. Lo cual permitirá realizar una mejor configuración de las protecciones de este.
- Investigar los niveles de remanencia que se presentan en las máquinas eléctricas rotativas.

ANEXO A. Listado de símbolos.

$\vec{A}$ = vector potencial.

$\vec{B}$ = inducción magnética o densidad de flujo.

$B_m = B_{m\acute{a}x}$ = en un campo magnético alterno representa el valor máximo de la inducción o densidad de flujo.

B_r = inducción residual o densidad de flujo residual.

B_s = inducción o densidad de flujo de saturación.

dl, ds, dr = elemento de longitud o distancia.

da = elemento de área.

f = frecuencia.

$\vec{H}$ = intensidad del campo magnético.

H_c = Campo o fuerza coercitiva.

$H_m = H_{m\acute{a}x}$ = en un campo magnético alterno representa el valor máximo de la intensidad del campo magnético.

I = corriente eléctrica.

$\vec{J}$ = densidad volumétrica de corriente.

l, L, s, r = longitud o distancia total.

$\vec{M}$ = magnetización.

$\vec{m}$ = momento dipolar magnético.

N = dipolos magnéticos por unidad de volumen.

$\vec{n}$ = normal a una superficie.

S = área total.

W_h = pérdidas por histéresis.

W_T = pérdidas totales = pérdidas por histéresis + pérdidas por corrientes de Foucault.

θ = temperatura de Curie.

$\vec{\lambda}$ = densidad superficial de corriente.

μ = permeabilidad.

μ_0 = permeabilidad del vacío.

μ_Δ = permeabilidad magnética dinámica.

μ_i = permeabilidad inicial.

μ_m = permeabilidad máxima.

μ_r = permeabilidad relativa.

$d\tau$ = elemento de volumen.

τ = volumen total.

ϕ = flujo magnético.

χ_m = susceptibilidad magnética.

$\vec{\nabla}$ = gradiente.

$\vec{\nabla} \cdot$ = divergencia.

$\vec{\nabla} \times$ = rotacional.

ANEXO B. Sistema de unidades.

Los sistemas de unidades más utilizados en el electromagnetismo son el cgs y SI, es por ello que en la tabla 11 se dan los factores de conversión para las principales magnitudes magnéticas utilizadas en este trabajo.

Tabla 11. Factores de conversión.

	Símbolo	Conversión.
Intensidad del campo magnético.	H	$\frac{Oe}{A * m^{-1}} = \frac{10^3}{4\pi} = 79.6$
Flujo Magnético	ϕ	$\frac{Mx}{Wb} = \frac{Mx}{V * s} = 10^{-8}$
Densidad de flujo	B	$\frac{G}{T} = \frac{G}{Wb * m^{-2}} = 10^{-4}$
Momento dipolar magnético	m	$\frac{emu}{A * m^2} = \frac{erg * Oe^{-1}}{A * m^2} = \frac{emu}{J * T^{-1}} = 10^{-3}$
Magnetización	M	$\frac{emu * cm^{-3}}{A * m^{-1}} = \frac{(erg * Oe^{-1}) * cm^{-3}}{A * m^{-1}} = 10^3$
Permeabilidad	μ	$\frac{G * Oe^{-1}}{T * (A * m^{-1})^{-1}} = \mu_0 = 4\pi * 10^{-7}$
Densidad de energía	W	$\frac{erg * cm^{-3}}{J * m^{-3}} = 0.1$

ANEXO C. PROCESO DE LAMINACIÓN DEL ACERO ELECTROTÉCNICO.

Acero de grano no orientado o laminado en caliente

La laminación del acero es la deformación plástica de los metales o aleaciones, realizada por la deformación mecánica entre cilindros.

En el proceso de laminado en caliente (ver figura 62), el lingote colado se calienta al rojo vivo en un horno denominado foso de termo-difusión (ver figura 63), donde básicamente las palanquillas o tochos, se elevan a una temperatura entre los 900 °C y los 1.200 °C. Estas se calientan con el fin de proporcionar ductilidad y maleabilidad para que sea más fácil la reducción de área a la cual va a ser sometido.

Figura 62. Proceso de laminado en caliente.



Durante el proceso de calentamiento de las palanquillas se debe tener en cuenta:

- ✓ Una temperatura alta de calentamiento del acero puede originar un crecimiento excesivo de los granos y un defecto llamado “quemado” del acero que origina grietas que no son eliminables.
- ✓ Una temperatura baja de calentamiento origina la disminución de la plasticidad del acero, eleva la resistencia de deformación y puede originar grietas durante la laminación.

Por tanto la temperatura óptima de trabajo no es un solo valor, sino que varía en cierto rango de temperatura entre un límite superior y un límite inferior.

Figura 63. Foso de termo fusión.



A continuación del proceso de calentamiento se hace pasar los lingotes entre una serie de rodillos metálicos colocados en pares que lo aplastan hasta darle la forma y tamaño deseados.

La distancia entre los rodillos va disminuyendo a medida que se reduce el espesor del acero.

El primer par de rodillos por el que pasa el lingote se conoce como tren de desbaste o de eliminación de asperezas. Después del tren de desbaste, el acero pasa a trenes de laminado en bruto y a los trenes de acabado que lo reducen a láminas con la sección transversal correcta.

Los trenes o rodillos de laminado continuo producen tiras y láminas con anchuras de hasta 2,5 m. Estos laminadores procesan con rapidez la chapa de acero antes de que se enfríe y no pueda ser trabajada. Las planchas de acero caliente de más de 10 cm. de espesor se pasan por una serie de cilindros que reducen progresivamente su espesor hasta unos 0,1 cm. y aumentan su longitud de 4 a 370 metros. Los trenes de laminado continuo están equipados con una serie de accesorios como rodillos de borde, aparatos de decapado o eliminación y dispositivos para enrollar de modo automático la chapa cuando llega al final del

tren. Los rodillos de borde son grupos de rodillos verticales situados a ambos lados de la lámina para mantener su anchura. Los aparatos de decapado eliminan la costra que se forma en la superficie de la lámina apartándola mecánicamente, retirándola mediante un chorro de aire o doblando de forma abrupta la chapa en algún punto del recorrido. Las bobinas de chapa terminadas se colocan sobre una cinta transportadora y se llevan a otro lugar para ser recocidas y cortadas en chapas individuales.

A demás de las chapas de acero también se pueden producir perfiles con formas (en H, en T o en L) esto se hace por medio de rodillos que tienen estrías que proporcionan la forma adecuada (ver figura 64).

Figura 64. Laminado de forma.

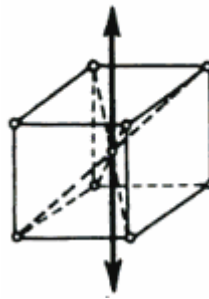


Acero de grano orientado o laminado en frío

La chapa utilizada es de acero aleado a base de silicio (del orden del 3% al 5%). Recibe el nombre de chapa magnética. La aportación de silicio tienen las finalidades de reducir las pérdidas por histéresis y de aumentar la resistividad del acero. Con lo último se logra, lógicamente, disminuir las pérdidas por corrientes parasitas. Además, el silicio estabiliza la chapa, en el sentido de prácticamente evitarle el envejecimiento (aumento de pérdidas, con el tiempo, principalmente por la acción continua del calor).

La Chapa magnética normal se lamina en caliente. Modernamente se utiliza la llamada chapa magnética de grano orientado o laminado en frío⁵. El acero silicioso cristaliza en el sistema regular centrado (ver figura 65). Tal cristalización ofrece una anisotropía magnética. Por supuesto que una masa de acero no es un monocristal, sino que está formada por cristales de mayor o menor tamaño según el proceso de fabricación y tratamiento que sufre. Cada cristal tiene una malla cristalina con determinada orientación.

Figura 65. Dirección favorable del acero.



El conjunto de cristales, aun cuando cada uno anisótropo, forma un cuerpo isótropo. Por fuertes laminados en frío, los cristales tienden a orientarse. Con el fin de eliminar tensiones internas, el material se somete a un tratamiento térmico. Con ello se mejoran las características magnéticas conservando la orientación. La dirección definida por el eje cuaternario es más favorable desde el punto de vista magnético. Esto motiva que la chapa magnética de grano orientado sea, en conjunto claramente anisótropa, y que la dirección magnéticamente más favorable sea la de laminación. En tal sentido, μ tienen valores mas elevados. Además, en campos alternos, las pérdidas por histéresis son mínimas. Consecuentemente, la buena utilización de la chapa magnética laminada en frío requiere que el flujo magnético ofrezca sus líneas según la dirección del laminado.

Actualmente, en la fabricación de transformadores, se emplea, con carácter casi exclusivo, la chapa magnética de grano orientado. No obstante hay que tener presente que buen numero de transformadores en servicio se fabricaron a base

⁵ No es exclusivamente por el laminado que se diferencia tal tipo de chapa. La proporción de silicio suele oscilar entre 3% y el 3.5%. Se parte de acero más puro y con menor contenido de carbono que para la chapa magnética ordinaria.

de chapa laminada en caliente. El espesor de la chapa utilizada es de, aproximadamente, 0.35 mm. Las pérdidas por histéresis y por corrientes parasitas suele darse en Vatios por quilogramo de material, referenciadas a 50 Hz y 1 T (1 T = 10000 Gauss), se añade el valor relativo a 1.5 T.

Para la orientación se indica que la chapa magnética siliciosa ordinaria (laminada en caliente 0.35 mm), para transformadores, suele tener unas pérdidas del orden de 0.8 +/- 1.3 W/kg (1 T), La chapa de grano orientado ofrece valores del tipo de 0.4 +/- 0.5 W/kg (1 T) y 1 +/- 1.2 W/kg (1.5 T). Por supuesto que los valores relativos de la chapa de grano orientado se refieren a la dirección del laminado. Los transformadores de actual fabricación suelen proyectarse con inducciones que oscilan entre 1.5 T y 1.85 T.

Los datos anteriores ponen en evidencia en gran progreso conseguido, en los últimos años, con la chapa de grano orientado. Permite reducir las pérdidas, o disminuir el peso (volumen) del núcleo, o bien, paralelamente, alcanzar ambos objetivos a la vez.

Actualmente, las chapas de grano orientado vienen preparadas mediante un tratamiento especial (termoquímico, nombre comercial “carlite”), que proporciona el necesario aislamiento (ambas caras). En Consecuencia, el aislamiento ya no es una operación que deba afectar al constructor, como lo fue con los métodos anteriores. También es notable el progreso conseguido en oreo aspecto. Se llama factor de relleno, o de aprovechamiento, al cociente de dividir la sección de hierro del núcleo, también llamada útil, por la sección total (hierro mas aislamiento). Factores del relleno en núcleos para transformadores (Chapas de 0.35 mm) con diversos aislamientos son mostrados en tabla 12.

Tabla 12 Factores de relleno en núcleos para transformadores (chapas de 0.35).

 AISLAMIENTO 	 FACTOR DE RELLENO
Papel (una cara)	0.88
Silicato Sódico (una cara)	0.9
Carlite (dos caras)	0.95 - 0.97

El último factor de relleno debe su elevado valor no tan sólo al tipo de aislamiento, sino, también, al hecho de que la chapa laminada en frío es mas lisa que la normal.

Como los arrollamientos primarios y secundarios tienen las bobinas de forma circular. En estas condiciones lo lógico sería que la sección del núcleo ferromagnético fuese, a se vez, circular. Esto resulta inconveniente desde el punto de vista del corte de las chapas (distintos anchos) y de la confección de núcleo.

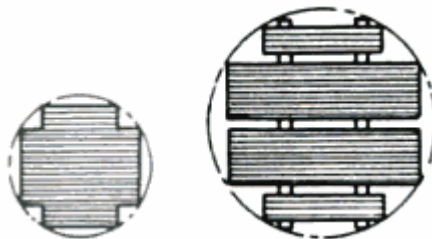
Tratándose de transformadores pequeños, se usa la solución, más simple, a base de núcleos de sección cuadrada (ver figura 66) En unidades mayores, para lograr un mejor aprovechamiento, se recurre a núcleos, según la figura 67 incluso con mayor festoneado. De esta forma, y por motivos de economía, cuando mayor sea el transformador más se tiende al círculo la sección el núcleo.

Figura 66. Núcleos de sección cuadrada.



Con el fin de disipar el calor producido en la masa del núcleo (pérdidas por histéresis y por corrientes parasitas), los grandes núcleos no se proyectan macizos, intercalándose canales de refrigeración (ver figura 67).

Figura 67. Núcleos de sección festoneada.



Las chapas magnéticas puede cortarse para montar los núcleos a tope (ver figura 59), o bien al solape (ver figura 68) Con cualquiera de las dos soluciones, existen trechos en los cuales el flujo no se establece longitudinalmente, en relación con la dirección de laminado (ver figura 69), Esto origina, en tales zonas, tratándose de chapas con grano orientado, un aumento de pérdidas (disminución de rendimiento, calentamiento). Para evitarlo, al aparecer las chapas de grano orientado (anisotropía), se a recurrido al llamado corte de 45° (ver figura 70). Este tipo de corte también admite la disposición al solape.

Figura 68. Núcleos montados al tope.

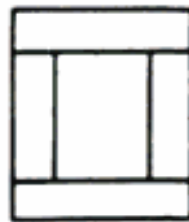
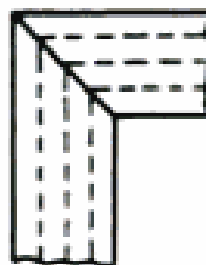


Figura 69. Núcleos montados al solape

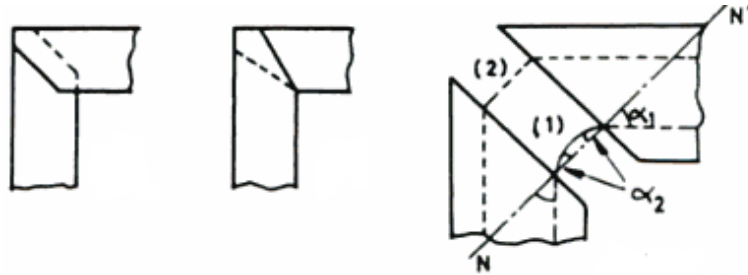


Figura 70. Corte de 45°.



En la figura 72, para apreciar mejor lo que ocurre en el entrehierro, se han representado, con detalle, las refracciones de las líneas de campo magnético. Es sabido que dados los elevados valores de μ para los materiales ferromagnéticos, los ángulos α_2 en el aire son prácticamente nulos.

Figura 71. Entrehierro.



ANEXO D. PROCEDIMIENTO PARA LA MEDICIÓN DE LA REMANENCIA EN TRANSFORMADORES CON UN GAUSSÍMETRO DE SONDA TRANSVERSAL.

Norma relacionada.

No existe.

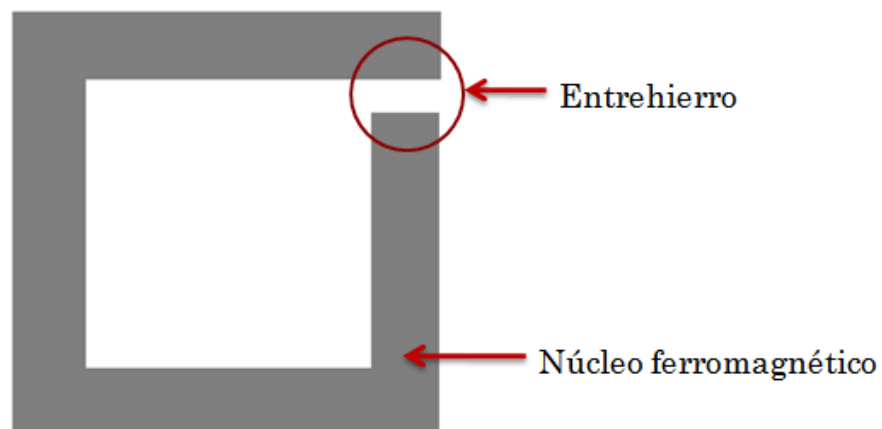
Equipos a utilizar.

- ✓ Transformador al cual se le pueda abrir un entrehierro en su núcleo ferromagnético.
- ✓ Gaussímetro o medidor de densidad de flujo magnético con sonda transversal.
- ✓ Lámina de un material no magnético.

Procedimiento.

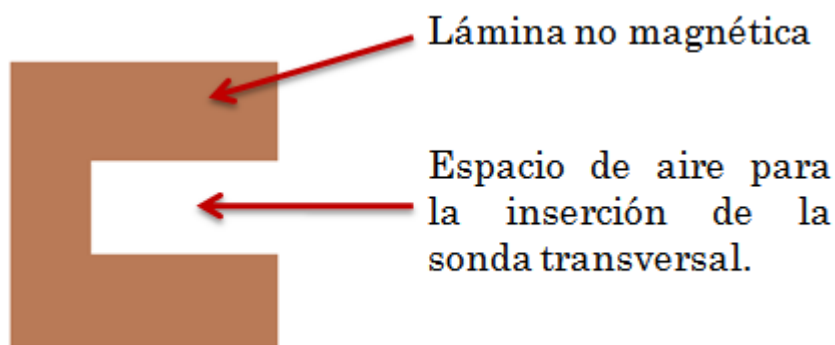
1. Abrir en el núcleo ferromagnético del transformador un entrehierro, en la medida de lo posible, uniforme al flujo magnético (ver figura 72).

Figura 72. Entrehierro en el núcleo del transformador.



2. Inserte dentro del entrehierro la lámina no magnética la cual tendrá la función de proteger la sonda transversal del gaussímetro y la de asegurar que el entrehierro permanezca inmutable durante el proceso de medición. Esta lámina debe tener un espesor unos milímetros superior al espesor de la sonda transversal, también deberá tener un espacio en el cual se pueda insertar la sonda y además debe ser lo suficientemente fuerte para no ser alterada por las diversas presiones a las cuales estará sometida, por ejemplo, fuerzas de origen magnético y tensiones mecánicas. En la figura 73 se presenta la forma de la lámina.

Figura 73. Lámina no magnética.



3. Ingresar la sonda transversal del gaussímetro dentro de espacio que se dispuso en la lámina no magnética. La sonda se dispone de manera tal que flujo magnético que la atraviese sea transversal a ella.
4. Medir y registrar la densidad de flujo en DC ya que este valor corresponde a la remanencia presente en el núcleo ferromagnético.

El esquema general de la prueba se presenta en las figura 74, 75 y 76

Figura 74. Esquema general de la prueba.

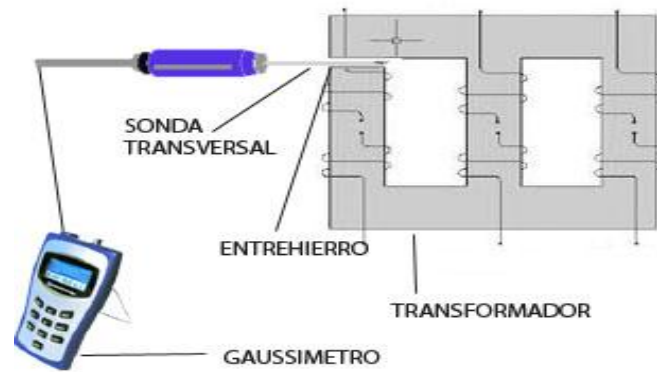


Figura 75. Disposición física de la sonda transversal



Figura 76. Disposición física de la sonda transversal.



Formato de toma de datos.

En la tabla 13 se presenta el formato para la toma de datos.

Tabla 13. Formato para la toma de datos.

Remanencia [T]

Formato para la presentación de informe.

En la tabla 14 se presenta el formato para la presentación del informe.

Tabla 14. Formato para la presentación de informe.

Medición de la Remanencia en transformadores.	
Realizada por	
Lugar de la prueba	
Fecha y hora de la prueba	
Marca del transformador	
Referencia del transformador	
Potencia Nominal del transformador [kVA]	
Número de fases del transformador	
Gaussímetro utilizado	
Remanencia [T]	